

Цыганов Андрей Владимирович, доцент кафедры высшей математики
Ульяновского государственного педагогического университета имени
И.Н. Ульянова

Цыганова Юлия Владимировна, доцент кафедры информационных
технологий Ульяновского государственного университета

ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ ГИБРИДНЫЕ АЛГОРИТМЫ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ ДИСКРЕТНЫХ ЛИНЕЙНЫХ СТОХАСТИЧЕСКИХ СИСТЕМ¹

В работе [1] предложены параллельные гибридные алгоритмы параметрической идентификации дискретных линейных стохастических систем, в которых для оценивания неизвестных параметров системы используется метод максимального правдоподобия [2]. При этом поиск условного минимума функционала качества идентификации выполняется с помощью гибридных алгоритмов, основанных на сочетании:

- 1) параллельных метаэвристических алгоритмов библиотеки HeO [3] и
- 2) точных методов минимизации ньютоновского типа [4].

Роль параллельных метаэвристических алгоритмов заключается в отыскании начального приближения для оценки неизвестных параметров. Затем по найденному начальному приближению с помощью численных методов минимизации ньютоновского типа происходит уточнение найденного решения. Предложенные алгоритмы реализованы в программе [5].

В данной работе мы предлагаем новые параллельные гибридные алгоритмы параметрической идентификации. Их отличие заключается в том, что для вычисления значения функционала качества идентификации и его градиента применяются новые адаптивные квадратно-корневые ортогонализированные (ККО) алгоритмы, предложенные в работах [6–10].

- 1) адаптивный ковариационный ККО фильтр;
- 2) адаптивный расширенный ККО фильтр;
- 3) адаптивный информационный ККО фильтр.

Основными преимуществами данной группы методов являются их робастность, то есть устойчивость по отношению к ошибкам машинного округления, а также удобная форма для программной реализации как средствами обычного программирования, так и средствами параллельного программирования.

Приведем пример решения задачи параметрической идентификации с использованием предложенных алгоритмов. Рассмотрим дискретную модель линейной стохастической системы второго порядка:

$$x_{t+1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ \theta_1 & \theta_2 \end{bmatrix} x_t + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} w_t, \quad (1)$$

$$z_t = [1 \quad 0] x_t + v_t, \quad (2)$$

¹ Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (грант №16-41-730784).

где $Q = \theta_3$, $R = 0.1$, $x_0 \in N(\bar{x}_0, I_2)$ (I_n – единичная матрица размера $n \times n$). Необходимо найти оптимальные оценки параметра $\Theta = (\theta_1, \theta_2, \theta_3)^T$, входящие в переходную матрицу состояния дискретной стохастической системы (1) и в ковариационную матрицу шума в объекте Q . Последовательности из $N = 100$ наблюдений получены компьютерным моделированием при истинных значениях параметров $\theta_1^* = 0.3$, $\theta_2^* = 0.68$, $\theta_3^* = 1$.

Проведём сравнительный анализ гибридных алгоритмов, построенных с использованием стандартной реализации адаптивного дискретного фильтра Калмана [1] и гибридных алгоритмов, построенных с применением устойчивых квадратно-корневых ортогонализированных алгоритмов.

Задача решалась в 4 потока на системе с общей памятью следующей конфигурации: процессор – Intel Core 2 Quad Q6600 @ 2.4 ГГц; ОЗУ – 4 Гб; операционная система – MS Windows 7.

Методика численных экспериментов заключалась в следующем. Для 10 различных реализаций из N наблюдений выполнена идентификация параметров модели (1), (2) при помощи гибридов генетического алгоритма (GA) и метода имитации отжига (SA) с алгоритмом Гаусса-Ньютона (GN) на основе стандартного фильтра Калмана (ФК) (GA→GN(ФК), SA→GN(ФК)) и квадратно-корневого ортогонализированного фильтра (ККО) (GA→GN(ККО), SA→GN(ККО)). Алгоритмом GA выполнены 1000 итераций, а алгоритмом SA – 3000 итераций. Последние 800 итераций выполнены методом GN. В ходе каждого эксперимента сохранялась история поиска решения. Невязка решения определялась для каждой итерации k алгоритма по формуле $r_k = \|\hat{\Theta}_k - \Theta_k^*\|$. По окончании экспериментов результаты усреднялись (для усреднения выбирались результаты лучшего из потоков). В таблице 1 приведены установившиеся значения параметров и невязки для каждого из четырёх алгоритмов.

Таблица 1. Установившиеся значения параметров и невязки

	GA→GN(ФК)	GA→GN(ККО)	SA→GN(ФК)	SA→GN(ККО)
$\hat{\theta}_1$	0.3039	0.2885	0.2890	0.2885
$\hat{\theta}_2$	0.6668	0.6630	0.6625	0.6630
$\hat{\theta}_3$	1.0753	0.9390	0.9331	0.9340
r	0.1724	0.1408	0.1459	0.1437

Среднее время выполнения одной итерации алгоритмов составило 0.02 с. Данные таблицы 1 показывают, что наименьшее значение невязки ($r = 0.1408$) для рассмотренного примера получено в результате применения алгоритма GA→GN(ККО).

Результаты экспериментов позволяют сделать вывод о том, что для решения задачи параметрической идентификации дискретных линейных стохастических систем могут успешно применяться предложенные параллельные гибридные алгоритмы. Эти новые алгоритмы имеют следующие достоинства:

1) использование параллелизма в метаэвристических алгоритмах позволяет диверсифицировать процесс поиска оптимального решения и получать хорошее начальное приближение для численного метода;

2) точность найденного решения гарантируется применением численного метода ньютоновского типа на заключительном этапе поиска оптимального решения, а также применением устойчивых по отношению к ошибкам машинного округления ККО методов.

Список литературы

1. Цыганов, А.В. Параллельные гибридные алгоритмы для задачи параметрической идентификации в стохастических линейных системах / А.В. Цыганов, О.И. Булычев, Ю.В. Цыганова // Вектор науки Тольяттинского государственного университета. – 2011. – № 3(17). – С. 45–49.
2. Aström, K.J. Maximum Likelihood and Prediction Error Methods / K.J. Aström // Automatica. – 1980. – Vol. 16. – P. 551–574.
3. Цыганов, А.В. HeO: библиотека метаэвристик для задач дискретной оптимизации / А.В. Цыганов, О.И. Булычев // Программные продукты и системы. – 2009. – № 4. – С. 148–151.
4. Васильев, В. П. Численные методы решения экстремальных задач / В.П. Васильев. – М.: Мир, 1982. – 372 с.
5. Цыганов, А.В. Программа для идентификации параметров в стохастических линейных системах ISLSP v.1.1. Свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ № 2013612686. Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ 11 марта 2013 года. / А.В. Цыганов, Ю.В. Цыганова.
6. Цыганова, Ю.В. Об эффективных методах параметрической идентификации линейных дискретных стохастических систем / Ю.В. Цыганова, М.В. Куликова // Автоматика и телемеханика. – 2012. – № 6. – С. 34–51.
7. Цыганова, Ю.В. Вычисление градиента вспомогательного функционала качества в задаче параметрической идентификации стохастических систем / Ю.В. Цыганова // Автоматика и телемеханика. – 2011. – № 9. – С. 142–160.
8. Семушин, И.В. Адаптивный квадратно-корневой ковариационный алгоритм фильтрации / И.В. Семушин, Ю.В. Цыганова // Автоматизация процессов управления. – 2011. – № 1(23). – С. 83–87.
9. Kulikova, M.V. New square-root algorithms for log-likelihood gradient evaluation / M.V. Kulikova // IEEE Trans. Automat. Control. – 2009. – V. 54. – No. 3. – P. 646–651.
10. Цыганова, Ю.В. Адаптивный квадратно-корневой информационный алгоритм обработки измерительных данных / Ю.В. Цыганова // Всероссийская научная конференция «Проведение научных исследований в области обработки, передачи и защиты информации» (1-5 декабря 2009 г.), Россия, Ульяновск: сборник научных трудов. В 4 т. Т. 4. – Ульяновск: УЛГТУ, 2009. – С. 189–196.