

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
РОССИЙСКИЙ ФОНД ФУНДАМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ
ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

**Актуальные проблемы
прикладной математики,
информатики и механики**

*Сборник трудов
Международной научно-технической
конференции*

Воронеж,
18–20 декабря 2017 г.

Воронеж
Издательство
«Научно-исследовательские публикации»
2017

УДК 531(063)+51-7(063)

ББК 22.2я5+22.1я5

А43

Оргкомитет:

Председатель организационного комитета

Шашкин А. И. – д-р физ.-мат. наук, профессор, декан факультета прикладной математики, информатики и механики Воронежского государственного университета

Заместители председателя организационного комитета:

Тимошенко Ю. К. – д-р физ.-мат. наук, профессор (г. Воронеж)

Медведев С. Н. – канд. физ.-мат. наук, доцент (г. Воронеж)

Медведева О. А. – канд. физ.-мат. наук, доцент (г. Воронеж)

Члены организационного комитета:

Jorg Becker, Semyon Levitsky, Andrew Schumann, Алгазинов Э. К., Аристова Е. М., Баев А. Д., Буренин А. А., Воеводин В. В., Вервейко Н. Д., Жабко А. П., Задорожний В. Г., Иевлев В. М., Илолов Мамадшо, Каплиева Н. А., Ковалев А. В., Ковалев В. А., Корольков О. Г., Кузнецов А. В., Леденева Т. М., Ломакин Е. В., Маркин А. А., Матвеев М. Г., Матченко Н. М., Махортов С. Д., Мирсалимов В. М., Моисеев Е. И., Морозов Н. Ф., Петросян Л. А., Радаев Ю. Н., Радченко В. П., Ревуженко А. Ф., Сирота А. А., Спорыхин А. Н., Чигарев А. В.

Издание осуществлено при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований в рамках проекта 17-31-10301 мол_г

Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики :

А43 сборник трудов Международной научно-технической конференции, Воронеж, 18–20 декабря 2017 г. – Воронеж : Издательство «Научно-исследовательские публикации», 2017. – 1782 с.
ISBN 978-5-9500319-1-5

В сборнике предлагаются научные работы, доклады и лекции, представленные на Международной конференции «Актуальные проблемы прикладной математики, информатики и механики», проводимой Воронежским государственным университетом.

Сборник предназначен для научных работников, аспирантов и студентов старших курсов.

УДК 531(063)+51-7(063)

ББК 22.2я5+22.1я5

ISBN 978-5-9500319-1-5

© ФГБОУ ВО ВГУ, 2017

© ООО «Вэлборн», 2017

**ВЫСОКОПРОИЗВОДИТЕЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ
В НАУКЕ, ТЕХНИКЕ И ОБРАЗОВАНИИ**

ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ АЛГОРИТМ ИДЕНТИФИКАЦИИ РЕЖИМА ДВИЖЕНИЯ ОБЪЕКТА ПО СЛОЖНОЙ ТРАЕКТОРИИ

А. В. Цыганов¹, Ю. В. Цыганова², А. В. Голубков¹, И. О. Петрищев¹

¹Ульяновский государственный педагогический университет им. И. Н. Ульянова

²Ульяновский государственный университет

Введение

В настоящее время задача адаптивного оценивания параметров движения объекта по сложной траектории в условиях зашумленности и неполноты измерений, а также непредвиденного изменения режима движения объекта является чрезвычайно актуальной в силу важности ее практических приложений [1]. Движение со сменой режимов характерно для водных либо сухопутных технических объектов (например, мобильных роботов). Сложность задачи заключается в том, что точных данных об объекте нет, а есть только зашумленные неполные измерения, доступные от некоторого измерительного устройства. Требуется как можно быстрее определить момент перехода объекта на другой режим движения с тем, чтобы вычислить оптимальные оценки параметров движения объекта. Такие оценки позволяют в режиме реального времени иметь всю информацию о параметрах движения объекта с тем, чтобы осуществлять слежение за движущимся объектом, либо вовремя предсказать его дальнейшее перемещение.

В работе рассматривается подход к математическому моделированию движения объекта по сложной траектории [2–4], при котором отдельные участки движения описываются одной из M возможных дискретных линейных стохастических моделей, каждая из которых описывает либо равномерное прямолинейное движение, либо круговое равномерное движение при повороте вправо/влево с заданным радиусом. Такой подход к моделированию движения объекта имеет преимущество в том, что нелинейная в целом математическая модель движения объекта по сложной траектории заменяется набором линейных динамических моделей, для которых на каждом участке для оценки параметров движения можно применять вместо нелинейных фильтров (имеющих неизбежные погрешности вычислений вследствие линеаризации) оптимальные дискретные алгоритмы калмановской фильтрации [5]. Однако такой подход неизбежно влечет необходимость решения задачи скорейшего обнаружения момента изменения и характера режима движения (маневрирования) движущегося объекта. Разработка численно эффективных алгоритмов решения этой задачи является основным предметом исследований авторов.

Здесь предположим, что момент переключения режимов движения известен. Рассмотрим $M = 2n + 1$ режимов движения: равномерное прямолинейное движение, круговое равномерное движение при повороте вправо с одним из n возможных радиусов и круговое равномерное движение при повороте влево с одним из n возможных радиусов. На первом участке объект движется равномерно прямолинейно, затем происходит смена режима движения на круговое равномерное вправо либо влево с одним из n возможных радиусов поворота. Требуется как можно быстрее идентифицировать новый режим движения для оптимального оценивания параметров движения объекта.

Для решения поставленной задачи предлагается применить методы скорейшего обнаружения нарушений. Как известно, данный класс методов, развитый в теории обнаружения изменений свойств случайных процессов, обладает наибольшим быстродействием в

решении задач обнаружения нарушений. Впервые подобная проблема была рассмотрена Е. С. Пейджем [6]. Оптимальные правила останковки наблюдений, включая широко известную задачу о разладке, получены в работах А. Н. Ширяева [7]. Теоретические аспекты и обзор существующих методов рассмотрены в [8, 9] и др. В настоящее время задачи обнаружения нарушений (задачи контроля) остаются актуальными (см., например, [10, 11]).

В настоящей работе предложен новый параллельный алгоритм идентификации смены режима движения объекта, траектория которого состоит из участков равномерного прямолинейного и/или кругового движения при повороте вправо/влево с заданным радиусом. Параллельная структура алгоритма позволяет значительно ускорить обработку данных в режиме реального времени. Программная реализация параллельного алгоритма выполнена на языке C++ с применением библиотеки Armadillo [12] и технологии параллельного программирования OpenMP. Проверка работоспособности параллельного алгоритма выполнена с помощью компьютерного моделирования на примере решения задачи идентификации смены режима движения с равномерного прямолинейного на круговое равномерное движение при повороте влево с одним из n возможных радиусов поворота.

1. Параллельный алгоритм идентификации режима движения объекта

Предположим, что траектория движения объекта может быть разбита на отдельные участки, на которых режим движения можно описать одной из M возможных дискретных линейных стохастических моделей, каждая из которых описывает либо равномерное прямолинейное движение, либо круговое равномерное движение при повороте вправо/влево с заданным радиусом из n возможных. Всего рассмотрим $M = 2n + 1$ таких моделей. Запишем уравнение движения объекта:

$$x_{ik} = \Phi_i x_{i(k-1)} + B_{r_i}^{R/L} + G w_{i(k-1)}, \quad k \in \mathbb{Z},$$

где k — дискретный момент времени; $i = 0, \dots, 2n$ — номер режима движения; r_i — возможное значение радиуса поворота; матрица $B_{r_0}^{R/L} = 0$ для модели равномерного прямолинейного движения; $x_{ik} = [x_1, x_2, x_3, x_4]^T$ — четырехмерный вектор параметров движения объекта, в котором x_1 — координата объекта по оси Ox , м, x_2 — скорость v_x по оси Ox , м/с, x_3 — координата объекта по оси Oy , м, x_4 — скорость v_y по оси Oy , м/с. Подробное описание моделей и алгоритма моделирования траектории движения объекта можно найти в [3]. В каждый момент дискретного времени k доступны измерения z_k координат объекта, погрешность измерения моделируется гауссовым белым шумом с диагональной ковариационной матрицей R .

Решение задачи идентификации режима движения объекта найдем с помощью метода скорейшего обнаружения нарушений на основе последовательного критерия Вальда. Для реализации решающего правила будем использовать банк дискретных фильтров Калмана $\{\mathbf{F}_i\}$, $i = 0, \dots, 2n$, в котором каждый фильтр оптимален для соответствующего режима движения. Каждый из фильтров, кроме оценок вектора \hat{x}_{ik}^\pm , позволяет вычислить величины ν_{ik} и Σ_{ik} , где $\nu_{ik} = z_k - H \hat{x}_{ik}^-$ — невязка измерений и $\Sigma_{ik} = H P_{ik}^- H^T + R$ — ковариационная матрица невязки [5]. Затем эти величины используются для вычисления отношений правдоподобия

$$\lambda_{ik} = \lambda_{i(k-1)} + 0.5(\ln(|\Sigma_{0k}|) - \ln(|\Sigma_{ik}|) + \nu_{0k}^T \Sigma_{0k}^{-1} \nu_{0k} - \nu_{ik}^T \Sigma_{ik}^{-1} \nu_{ik}), \quad i = 1, \dots, 2n.$$

Пусть α и β — вероятности ошибок первого и второго рода. Тогда верхний и нижний порог последовательного решающего правила вычислим по выражениям $A = \ln((1 - \beta)/\alpha)$ и

$B = \ln((\beta)/(1-\alpha))$. Пусть I_{AB} — множество номеров режимов движения, соответствующих множеству активных фильтров, находящихся в банке на текущей итерации алгоритма.

Запишем решающее правило на текущей итерации алгоритма идентификации режима движения объекта:

- Если $\forall j \in I_{AB} B < \lambda_{jk} < A$, переходят к следующей итерации алгоритма.
- Если $\exists j \in I_{AB}: \lambda_{jk} < B$, то соответствующий номер режима j исключают из множества I_{AB} , а соответствующий фильтр F_j удаляют из банка активных фильтров.
- Если $\exists q_A \in I_{AB}: \lambda_{q_A k} > A$ и $(\forall j \in I_{AB}) \& (j \neq q_A) \lambda_{jk} < B$, завершают алгоритм с выбором номера режима движения q_A и соответствующего фильтра F_{q_A} .
- Если на текущей итерации сразу несколько $\lambda_{jk} > A$ ($j \in I_{AB}$), то алгоритм завершают с выбором номера режима q_A , где $\lambda_{q_A} = \max \lambda_{jk}$.

Блок-схема параллельного алгоритма идентификации режима движения представлена на рис. 1. До момента смены режима движения оценивание параметров движения выполняется по текущим измерительным данным с помощью дискретного фильтра Калмана F_0 , оптимального для модели равномерного прямолинейного движения. В момент смены режима движения происходит инициализация банка фильтров Калмана $\{F_i\}$, $i = 1, \dots, 2n$, каждый из которых оптимален для соответствующей модели равномерного кругового движения при повороте вправо или влево с одним из возможных значений радиуса поворота.

На каждой итерации алгоритма обработка данных в каждом фильтре Калмана $\{F_{i_j}\}$ ($i_j \in I_{AB}$), содержащемся в банке активных фильтров на текущей итерации алгоритма, выполняется параллельно. Затем после завершения синхронизации, выполняется параллельное вычисление отношений правдоподобия $\{\lambda_{i_j k}\}$ для тех режимов движения, которые являются активными на текущей итерации алгоритма. После завершения второй синхронизации происходит проверка решающего правила. Если решение не принято, выполняется следующая итерация алгоритма идентификации до тех пор, пока некоторое λ_{q_A} не пересечет верхнюю границу в решающем правиле с максимальным значением. После этого фильтр F_0 заменяется выбранным фильтром F_{q_A} и далее оценивание параметров движения объекта выполняется с помощью этого фильтра.

2. Компьютерное моделирование данных траекторных измерений

Проведем компьютерное моделирование для проверки работоспособности и эффективности предложенного алгоритма. Сначала необходимо получить модельные данные измерений координат объекта при его движении по некоторой траектории. В программе [13] проведем моделирование данных траекторных измерений для 10 траекторий со следующей схемой движения: первые 50 тактов объект движется прямолинейно и равномерно, затем следующие 100 тактов объект совершает равномерное движение по окружности при повороте влево с заданным радиусом поворота $r = 5$ м. Начальные параметры движения объекта $x_0 = [0, 0, 0, 2]^T$, ковариации гауссовских помех в уравнении объекта и измерителя равны $Q = \text{diag}[0.001, 0.001]$ и $R = \text{diag}[0.1, 0.1]$, соответственно. Результаты компьютерного моделирования представлены на рис. 2.

В левом окне черным цветом (звездочки) представлены данные измерений в каждый дискретный момент времени. Красным цветом показано прямолинейное равномерное движение объекта на плоскости Oxy , синим цветом показано круговое равномерное движение при повороте налево с заданным радиусом. Справа показаны временные графики координат объекта и проекций скоростей на координатные оси. После завершения моделирования

данные измерений сохраняются в файлах в текстовом и двоичном форматах. Полученные данные используем для моделирования работы предложенного алгоритма идентификации режима движения и проверки его работоспособности.

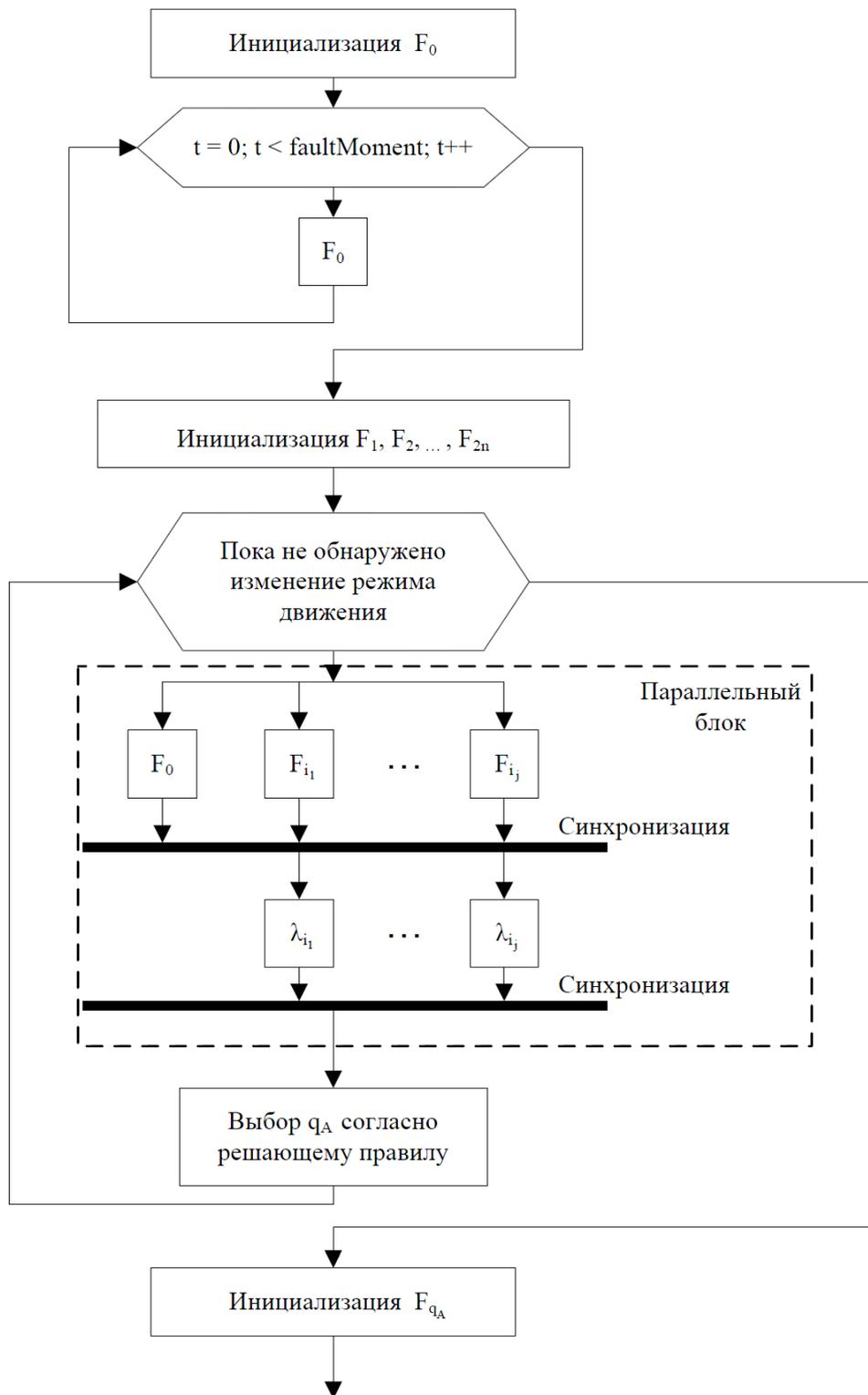


Рис. 1. Блок-схема алгоритма

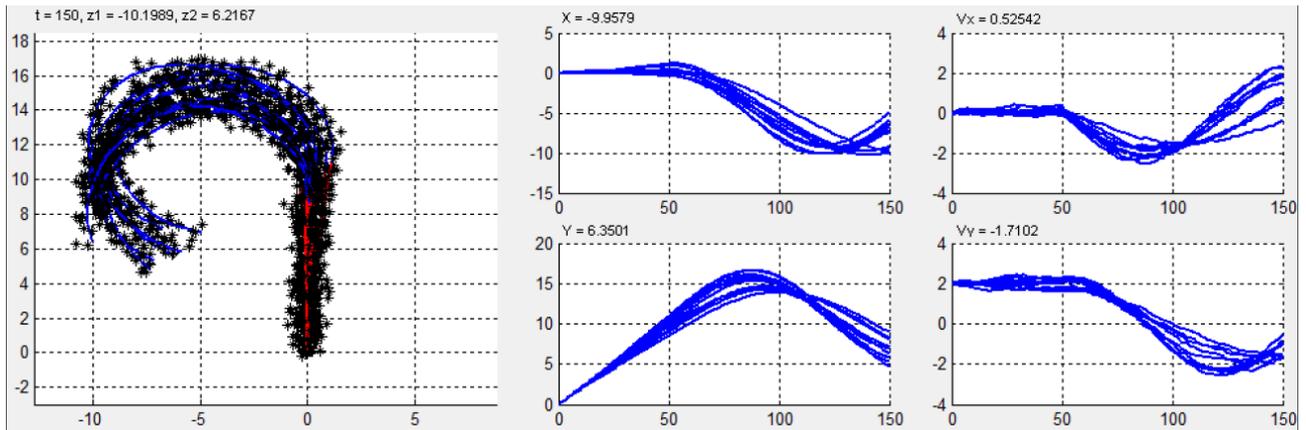


Рис. 2. Результаты моделирования траекторий движения объекта

3. Моделирование работы алгоритма

Проведем компьютерное моделирование работы алгоритма идентификации режима движения. Для каждого из десяти полученных данных измерений выполним идентификацию режима из $2n$ возможных режимов движения: круговое равномерное движение при повороте вправо с одним из n возможных радиусов и круговое равномерное движение при повороте влево с одним из n возможных радиусов поворота.

Сначала предположим, что радиус поворота может изменяться в интервале $[1, 10]$ с шагом 1. Таким образом, $n = 10$, т. е. в заданный момент времени режим движения объекта может измениться с равномерного прямолинейного на круговое равномерное движение при повороте вправо или влево с радиусом поворота от 1 до 10. На рис. 3 представлены результаты вычислительного эксперимента для одной траектории в системе MATLAB.

Видно, что в результате работы алгоритма был идентифицирован режим движения: равномерное движение по окружности влево с радиусом $r = 5$ м. В левом окне на плоскости Oxy показаны данные измерений и оценка траектории движения объекта в результате фильтрации. Справа показаны графики изменения отношений правдоподобия при работе алгоритма идентификации режима. По рис. 3 также видно, что задержка в принятии решения составила 18 тактов дискретного времени при заданных вероятностях ошибок первого и второго рода $\alpha = \beta = 0.001$. При темпе поступления измерений в 0.1 сек задержка в принятии решения составит 1.8 сек.

Теперь оценим эффективность по времени параллельной реализации предложенного алгоритма. Предположим теперь, что радиус поворота может изменяться в интервале $[0.1, 10]$ с шагом 0.01. Таким образом, $n = 991$. При работе алгоритма максимальный размер банка фильтров Калмана равен 1983. Проведем серию вычислительных экспериментов для программной реализации алгоритма идентификации на языке C++ с использованием библиотеки Armadillo [12] и технологии параллельного программирования OpenMP на следующей программно-аппартной платформе:

- Processors: 2 x Intel Xeon CPU E5-2670 @ 2.60 GHz (8 cores),
- RAM: 128 GB,
- OS: Windows Server 2008 HPC Edition,
- Armadillo 7.600.2 Library,
- MS Visual Studio 2012.

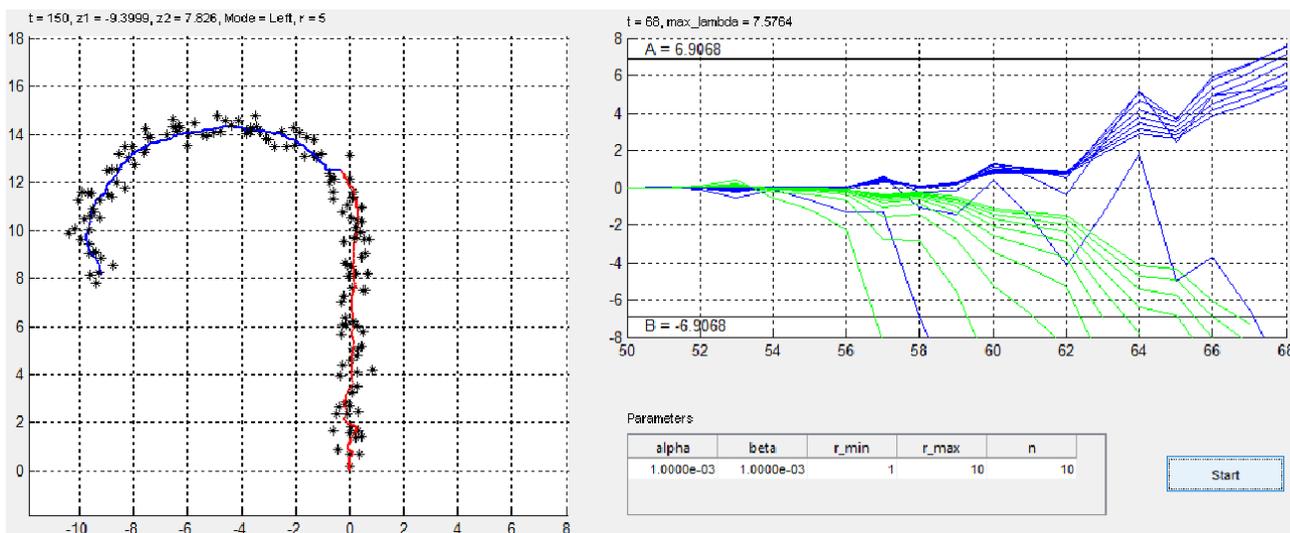


Рис. 3. Результаты идентификации режима движения

Таблица 1. Результаты экспериментов

| № эксперимента | Максимальное время обработки данных на одной итерации (сек) | | | | Идентифицированный режим движения |
|---|---|----------|----------|----------|-----------------------------------|
| | 1 | 2 | 4 | 8 | |
| 1 | 0.009377 | 0.003985 | 0.002397 | 0.001607 | РДОЛ, $r = 5.44$ |
| 2 | 0.004315 | 0.002896 | 0.001510 | 0.001738 | РДОЛ, $r = 4.96$ |
| 3 | 0.005606 | 0.002614 | 0.003092 | 0.001940 | РДОЛ, $r = 4.99$ |
| 4 | 0.005124 | 0.002865 | 0.001748 | 0.001870 | РДОЛ, $r = 5.44$ |
| 5 | 0.005666 | 0.002638 | 0.001606 | 0.001616 | РДОЛ, $r = 5.48$ |
| 6 | 0.006303 | 0.003411 | 0.002132 | 0.001605 | РДОЛ, $r = 6.65$ |
| 7 | 0.004979 | 0.002619 | 0.001597 | 0.001317 | РДОЛ, $r = 4.13$ |
| 8 | 0.004874 | 0.002402 | 0.002381 | 0.002087 | РДОЛ, $r = 4.38$ |
| 9 | 0.004324 | 0.002460 | 0.001681 | 0.001550 | РДОЛ, $r = 4.05$ |
| 10 | 0.005969 | 0.002675 | 0.001535 | 0.001318 | РДОЛ, $r = 5.16$ |
| Макс. время и средний радиус по серии экспериментов | 0.009377 | 0.003985 | 0.003092 | 0.002087 | 5.07 |

Для каждой из десяти траекторий идентификация режима движения выполнялась с числом потоков $p = 1, 2, 4, 8$. По результатам каждого эксперимента фиксировались максимальное время выполнения одной итерации и идентифицированный режим движения. Результаты вычислительных экспериментов приведены в табл. 1 (РДОЛ — равномерное движение по окружности влево).

Видно, что с увеличением числа потоков время обработки данных на одной итерации алгоритма уменьшается. Максимальное время для 8 потоков составило примерно 0.002 сек. Во всех десяти случаях тип движения (РДОЛ) был определен верно, а среднее значение радиуса поворота для серии измерений равно 5.07 м.

Таким образом, вычислительные эксперименты подтверждают работоспособность и эффективность предложенного алгоритма.

Заключение

В работе предложен новый параллельный алгоритм идентификации режима движения объекта в условиях неполных зашумленных измерений. Рассмотрен случай M возможных режимов движения. Предполагалось, что смена режима движения происходит в известный момент времени. Работоспособность предложенного алгоритма подтверждена компьютерным моделированием. Программная реализация решения задачи оценивания параметров движения объекта в условиях изменения режима движения, включая параллельный алгоритм идентификации режима движения, выполнена на языках MATLAB и C++ с применением библиотеки Armadillo и технологии параллельного программирования OpenMP. Полученные результаты компьютерного моделирования подтвердили работоспособность предложенного алгоритма на примере решения задачи идентификации смены режима движения с равномерного прямолинейного на круговое равномерное движение при повороте влево с одним из n возможных радиусов поворота. Показано, что с увеличением числа параллельных потоков при обновлении данных в банке фильтров Калмана и при вычислении множества отношений правдоподобия, участвующих в реализации решающего правила, время одной итерации алгоритма идентификации уменьшается. Результаты применимы для решения практических задач слежения за подвижными объектами.

Дальнейшие исследования будут направлены на разработку эффективных в вычислительном плане алгоритмов адаптивного оценивания параметров движения объекта по сложной траектории в предположениях об априорной неопределенности моментов смены режима движения на один из M возможных режимов.

Работа частично поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (грант № 16-41-730784)

Литература

1. Коновалов, А. А. Основы траекторной обработки радиолокационной информации / А. А. Коновалов. – СПб. : Изд-во СПбГУ "ЛЭТИ 2013. – 164 с.
2. Семушин, И. В. Ориентированная на фильтрацию Калмана математическая модель установившейся циркуляции для анализа траектории / И. В. Семушин, Ю. М. Кроливецкая, Е. С. Петрова // Автоматизация процессов управления. – 2013. – No. 4 (34). – С. 14-20.
3. Семушин, И. В. Моделирование и оценивание траектории движущегося объекта / И. В. Семушин, А. В. Цыганов, Ю. В. Цыганова, А. В. Голубков, С. Д. Винокуров // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия: Математическое моделирование и программирование. – 2017. – Т. 10. – No 3. – С. 108-119.
4. Цыганов, А. В. Метаэвристические алгоритмы в задаче идентификации параметров математической модели движущегося объекта / А. В. Цыганов, И. В. Семушин, Ю. В. Цыганова, А. В. Голубков, С. Д. Винокуров // Автоматизация процессов управления. – 2017. – No 1. – с. 16-23.
5. Grewal, M. S. Kalman filtering: Theory and Practice Using Matlab / M. S. Grewal, A. P. Andrews. – New Jersey : Prentice Hall, 2001. – 401 p.
6. Page, E. S. Continuous inspection schemes / E. S. Page // Biometrika. – 1954. – Vol. 41. – No. 2. – P. 100-114.
7. Ширяев, А. Н. Статистический последовательный анализ / А. Н. Ширяев. – 2-е изд., перераб. – М. : Наука, 1976. – 272 с.

8. *Бассвиль, М.* Обнаружение изменения свойств сигналов и динамических систем / под ред. М. Бассвиль, А. Банвениста ; пер. с англ. И. Б. Вильховченко и др. – М. : Мир, 1989. – 278 с.
9. *Tse, L. L.* Sequential Analysis: Some Classical Problems and New Challenges / L. L. Tse // *Statistica Sinica*. – 2001. – Vol. 11. – No. 1. – P. 303-408.
10. *Эхеа-Рока, Д.* Обзор теории скорейшего обнаружения и ее применение для выявления угроз ГНСС / Д. Эхеа-Рока, Г. Секо-Гранадос, Х. А. Лопес-Салседо // *Гироскопия и навигация*. – 2016. – Т. 24. – No. 4(95). – С. 76-97.
11. *Kalmuk, A.* Detection of Abrupt Changes in Autonomous System Fault Analysis Using Spatial Adaptive Estimation of Nonparametric Regression / A. Kalmuk, O. Granichin, O. Granichina, M. Ding // *Proceedings of the American Control Conference (ACC)*, Boston Marriott Copley Place, July 6-8, 2016. – Boston, MA, USA. – P. 6839-6844.
12. *Sanderson, C.* Armadillo: a template-based C++ library for linear algebra / C. Sanderson, R. Curtin // *Journal of Open Source Software*. – 2016. – Vol. 1. – P. 26.
13. *Цыганов А. В.* Программный комплекс «Моделирование и оценивание траектории подвижного объекта v1.0» / А. В. Цыганов, Ю. В. Цыганова, А. В. Голубков, С. Д. Винокуров. – Версия 1.0. – Свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ № 2016660550. – Москва : РОСПАТЕНТ, 2016.