

# Адаптивное оценивание параметров движения объекта на основе гибридной стохастической модели

А.В. Голубков<sup>1</sup>, А.В. Цыганов<sup>1</sup>, Ю.В. Цыганова<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Ульяновский государственный педагогический университет им. И.Н. Ульянова, площадь 100-летия со дня рождения В.И. Ленина, 4, Ульяновск, Россия, 432071

<sup>2</sup>Ульяновский государственный университет, улица Льва Толстого, 42, Ульяновск, Россия, 432017

**Аннотация.** Задача адаптивного оценивания параметров движения объекта по сложной траектории в условиях зашумленности и неполноты измерений, а также непредвиденных изменений режима движения объекта является актуальной в силу важности ее практических приложений. Примерами таких приложений являются задачи слежения за движущимися техническими объектами в робототехнике, судовождении, управлении наземным транспортом. Мы предлагаем решение задачи адаптивного оценивания параметров движения объекта на основе гибридной стохастической модели, представляющей собой набор дискретных линейных стохастических моделей, отвечающих за различные участки траектории движения объекта. Линейность этих моделей позволяет применить оптимальную калмановскую фильтрацию для вычисления оценок параметров движения объекта. Для идентификации текущего режима движения объекта в известные моменты времени разработан алгоритм, основанный на применении банка фильтров Калмана и последовательного решающего правила. Вычислительные эксперименты подтверждают эффективность предложенного решения.

## 1. Введение

В настоящей работе рассмотрена задача адаптивного оценивания параметров движения объекта по сложной траектории с одновременной идентификацией режима движения. Движение с переменными режимами характерно для технических объектов, например, для мобильных роботов [1], для морских подвижных объектов [2, 3], а также для наземного автотранспорта [4]. Сложность задачи заключается в том, что точных данных об объекте нет, доступны лишь зашумленные неполные данные измерений. Для решения задачи требуется как можно быстрее определить момент перехода объекта с одного режима движения на другой с тем, чтобы вычислить на текущем участке траектории оптимальные оценки параметров движения объекта.

Для моделирования траектории движения объекта мы используем гибридную стохастическую модель [5], в которой отдельные участки траектории описываются линейными дискретными моделями, соответствующими различным режимам движения объекта. Данный подход к моделированию позволяет заменить сложную и в общем случае нелинейную модель движения объекта множеством линейных моделей, для которых применима линейная фильтрация с помощью известного алгоритма Калмана [6]. Но для того, чтобы иметь возможность вычислять оптимальные линейные оценки вектора состояния объекта, необходимо уметь как можно быстрее распознавать текущий режим движения. Целью данной

работы является разработка метода адаптивного оценивания, позволяющего эффективно решать указанную задачу. Рассматриваемый в работе подход к решению схож с другими существующими подходами к моделированию и оцениванию кусочной-линейной траектории (см., например, [7, 8, 9]).

В отличие от указанных работ, главная идея рассматриваемого здесь подхода заключается в том, чтобы в каждый из моментов смены режима движения применять последовательное решающее правило SPRT (Sequential Probability Ratio Test) [10, 11] для идентификации нового режима. После этого выбирается соответствующий оптимальный дискретный фильтр Калмана, с помощью которого происходит дальнейшая фильтрация измерительных данных. Предложенный в работе алгоритм адаптивного оценивания был реализован на языке MATLAB. Работоспособность алгоритма подтверждена проведенными численными экспериментами.

## 2. Гибридная стохастическая модель траектории движущегося объекта

Предположим, что траектория движения объекта представляет собой конечную последовательность участков, на которых процесс движения объекта можно смоделировать при помощи линейной стохастической модели, соответствующей либо прямолинейному равномерному движению, либо равномерному движению по окружности при повороте вправо/влево с некоторым радиусом. Считаем, что моменты смены режимов движения известны.

Рассмотрим множество таких моделей. Тогда процесс движения объекта на всей траектории можно представить следующей гибридной стохастической моделью

$$x_k = \Phi_k(i)x_{k-1} + B_k(r_i) + Gw_{k-1}, \quad i \in \mathbb{Z} \quad (1)$$

где  $k$  – дискретный момент времени,  $i$  – номер режима движения;  $r$  – заданный радиус кругового движения при повороте вправо/влево,  $x = [x_1, x_2, x_3, x_4]^T \in \mathbb{R}^4$  – вектор состояния модели движения объекта, где  $x_1$  – координата  $x$  движения объекта вдоль оси  $Ox$  (м),  $x_2$  – проекция  $v_x$  скорости движения на ось  $Ox$  (м/с),  $x_3$  – координата  $y$  движения объекта вдоль оси  $Oy$  (м),  $x_4$  – проекция  $v_y$  скорости движения объекта вдоль оси  $Oy$  (м/с).

Модель (1) задана следующими матрицами-параметрами:

- *Равномерное прямолинейное движение* (номер режима  $i = 0, r_0 = 0$ ):

$$\Phi_k(0) = \begin{bmatrix} \Phi_p & 0 \\ 0 & \Phi_p \end{bmatrix}, \quad \Phi_p = \begin{bmatrix} 1 & \tau \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$B_k(0) = [0 \ 0 \ 0 \ 0]^T,$$

где  $\tau = t_k - t_{k-1}$  – интервал дискретного времени.

- *Равномерное круговое движение при повороте влево с заданным радиусом поворота  $r_i$*  (номер режима движения  $i = 1, 2, \dots, n$ ):

$$\Phi_k(i) = \begin{bmatrix} \Phi_c(i) & 0 \\ 0 & \Phi_c(i) \end{bmatrix}, \quad \Phi_c(i) = \begin{bmatrix} \cos \omega_i \tau & \omega_i^{-1} \sin \omega_i \tau \\ -\omega_i \sin \omega_i \tau & \cos \omega_i \tau \end{bmatrix},$$

$$B_k(r_i) = \begin{bmatrix} (x_{si} - \omega_i^{-1} v_{si,y})(1 - \cos \omega_i \tau) \\ (\omega_i x_{si} - v_{si,y}) \sin \omega_i \tau \\ (y_{si} + \omega_i^{-1} v_{si,x})(1 - \cos \omega_i \tau) \\ (\omega_i y_{si} + v_{si,x}) \sin \omega_i \tau \end{bmatrix},$$

- *Равномерное круговое движение при повороте вправо с заданным радиусом поворота  $r_i$*  (номер режима движения  $i = n + 1, n + 2, \dots, 2n$ ):

$$\Phi_k(i) = \begin{bmatrix} \Phi_c(i) & 0 \\ 0 & \Phi_c(i) \end{bmatrix}, \quad \Phi_c(i) = \begin{bmatrix} \cos \omega_i \tau & \omega_i^{-1} \sin \omega_i \tau \\ -\omega_i \sin \omega_i \tau & \cos \omega_i \tau \end{bmatrix},$$

$$B_k(r_i) = \begin{bmatrix} (x_{si} + \omega_i^{-1}v_{si,y})(1 - \cos \omega_i\tau) \\ (\omega_i x_{si} + v_{si,y}) \sin \omega_i\tau \\ (y_{si} - \omega_i^{-1}v_{si,x})(1 - \cos \omega_i\tau) \\ (\omega_i y_{si} - v_{si,x}) \sin \omega_i\tau \end{bmatrix},$$

где  $v_{si} = [v_{si,x} \ v_{si,y}]^T$  – вектор скорости в точке с координатами  $(x_{si}, y_{si})$  в момент  $t_s$  смены режима движения, параметр  $\omega_i > 0$  и  $\omega_i = |v_{si}|/r_i$ .

• Для всех режимов движения матрица усиления дискретного белого шума  $w_k \sim \mathcal{N}(0, Q)$  в модели движения объекта

$$G = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T.$$

Таким образом, гибридная стохастическая модель (1) позволяет смоделировать процесс движения объекта по сложной траектории. В [5] на основе представленной модели разработан алгоритм моделирования траектории со сменой режимов движения в заданные моменты времени.

Рассмотрим пример моделирования траектории движения объекта. Зададим схему моделирования траектории в виде таблицы TS, состоящей из трех столбцов. Каждая строка таблицы соответствует отдельному участку траектории. Первый столбец таблицы содержит режим движения на каждом участке (*S* означает равномерное прямолинейное движение, *L* – круговое движение при повороте влево, *R* – круговое движение при повороте вправо), второй столбец содержит длины участков траектории, третий столбец содержит значения радиусов поворота. Для режима *S* значение радиуса не указывается.

Таблица 1 содержит пример схемы траектории движения объекта. Траектория состоит

**Таблица 1.** Схема траектории движения TS

Режим	Время	Радиус
L	50	3
R	75	5
S	50	–
L	75	3
S	50	–
L	60	4

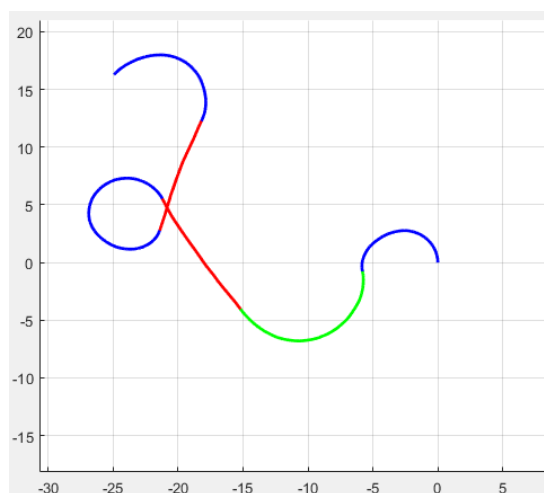
из 6 участков: 1) поворот налево с радиусом 3 (50 тактов), 2) поворот направо с радиусом 5 (75 тактов), 3) прямолинейное движение (50 тактов), 4) поворот налево с радиусом 3 (75 тактов), 5) прямолинейное движение (50 тактов), 6) поворот налево с радиусом 4 (60 тактов). Общее время движения – 360 тактов дискретного времени.

На рисунке 1 показан пример смоделированной траектории движения объекта в плоскости *Oxy*. Результаты моделирования получены с помощью программы [13], разработанной на языке МАТЛАВ. Красным цветом показаны участки траектории, соответствующие прямолинейному режиму движения, синим – круговому движению влево, зеленым – круговому движению вправо.

Предположим, что только координаты  $x_1$  и  $x_3$  объекта доступны для измерения, скорости  $x_2$  и  $x_4$  не измеряются. Тогда модель измерений запишем в виде

$$z_k = Hx_k + v_k, \quad H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix},$$

где  $H$  – матрица измерений,  $v_k$  – вектор ошибок измерений, который является гауссовым белым шумом с нулевым математическим ожиданием и диагональной ковариационной матрицей  $R = \text{diag}[\rho_1, \rho_2]$ .



**Рисунок 1.** Пример траектории, соответствующей схеме движения из Таблицы 1

### 3. Последовательное решающее правило на основе банка фильтров Калмана

Рассмотрим множество  $M = 2n + 1$  гипотез о режимах движения объекта.

Гипотеза  $\mathcal{H}_0$ : Объект движется равномерно прямолинейно.

Гипотезы  $\mathcal{H}_i$ : Объект совершает равномерное круговое движение при повороте влево с заданным радиусом  $r_i$ , где  $i = 1, \dots, n$ ; объект совершает равномерное круговое движение при повороте вправо с заданным радиусом  $r_i$ , где  $i = n + 1, \dots, 2n$ .

Рассмотрим множество конкурирующих фильтров Калмана  $\mathbf{F} = (F_0, F_1, \dots, F_{2n})$ , каждый из которых оптимален для соответствующей гипотезы  $\mathcal{H}_i$ ,  $i = 0, 1, 2, \dots, 2n$ . Уравнения  $i$ -го фильтра в банке  $\mathbf{F}$  запишем в виде [6]:

**Экстраполяция:**

$$\hat{x}_{k,i}^- = \Phi_k(i)\hat{x}_{k-1,i}^+ + B_k(r_i), \quad P_{k,i}^- = \Phi_k(i)P_{k-1,i}^+ \Phi_k^T(i) + GQG^T.$$

**Фильтрация:**

$$\begin{aligned} K_{k,i} &= P_{k,i}^- H^T (HP_{k,i}^- H^T + R)^{-1}, & P_{k,i}^+ &= P_{k,i}^- - K_{k,i} H P_{k,i}^-, \\ \hat{x}_{k,i}^+ &= \hat{x}_{k,i}^- + K_{k,i} \nu_{k,i} & \nu_{k,i} &= z_k - H \hat{x}_{k,i}^-. \end{aligned} \tag{2}$$

Каждая из последовательностей отсчетов процесса обновления, формируемых фильтрами Калмана,

$$N_{k,0} = \{\nu_{10}, \nu_{20}, \dots, \nu_{k0}\}, \quad N_{k,i} = \{\nu_{1i}, \nu_{2i}, \dots, \nu_{ki}\}, \tag{3}$$

состоит из взаимно независимых величин  $\nu_{\tau,i} = z_\tau - H \hat{x}_{\tau,i}^-$ ,  $\tau = 1, 2, \dots, k$ , при условии, что в текущий момент времени соответствующая гипотеза  $\mathcal{H}_i$ , ( $i = 0, 1, 2, \dots, n$ ), является верной.

Последовательное решающее правило SPRT [10, 11] требует на каждом шаге вычислять отношения правдоподобия ( $i \neq j$ ):

$$\lambda_{k,i,j} = \ln p\{N_{k,i}|\mathcal{H}_i\}/p\{N_{k,j}|\mathcal{H}_j\} \quad \text{или, в итеративной форме,} \quad \lambda_{k,i,j} = \lambda_{k-1,i,j} + \mu_{k,i,j}, \quad k \geq 1,$$

где

$$2\mu_{k,i,j} = \log \det \Sigma_{k,j} - \log \det \Sigma_{k,i} + \nu_{k,j}^T \Sigma_{k,j}^{-1} \nu_{k,j} - \nu_{k,i}^T \Sigma_{k,i}^{-1} \nu_{k,i}. \tag{4}$$

Среднее и матрица ковариации последовательностей (3) для множества фильтров Калмана  $\mathbf{F}$  равны

$$\mathbb{E}\{\nu_{k,i}\} = 0, \quad \mathbb{E}\{\nu_{k,i} \nu_{k,i}^T\} = \Sigma_{k,i} = H^T P_{k,i}^- H + R.$$

Значения  $\lambda_{k,ij}$  сравнивают с верхним  $A$  и нижним  $B$  ( $A > B$ ) порогами решающего правила:

$$\begin{cases} \text{Если } \lambda_{k,ij} \geq A, \text{ тест завершают с выбором гипотезы } \mathcal{H}_i. \\ \text{Если } \lambda_{k,ij} \leq B, \text{ гипотезу исключают из рассмотрения.} \\ \text{Если все } \lambda_{k,ij} \text{ исключены, тест завершают с выбором гипотезы } \mathcal{H}_j. \\ \text{Если } A > \lambda_{k,ij} > B, \text{ тест продолжают для следующего } k. \end{cases} \quad (5)$$

Считаем, что все гипотезы равновероятны. Тогда пороги  $A$  и  $B$  выбирают как

$$A = \log \frac{1 - \beta}{\alpha} \quad \text{и} \quad B = \log \frac{\beta}{1 - \alpha},$$

где  $\alpha$  и  $\beta$  – ошибки первого и второго рода. Начальные значения отношений правдоподобия при запуске теста  $\lambda_{0,ij} = 0$ .

SPRT требует вычисления отношений правдоподобия  $\lambda_{k,ij}$  ( $i \neq j$ ) в каждый момент поступления измерений  $k$ . Для сокращения объема вычислений и повышения их точности в [12] предложены численно эффективные алгоритмы вычисления отношений правдоподобия, основанные на устойчивых последовательных реализациях дискретного фильтра Калмана.

#### 4. Алгоритм адаптивного оценивания параметров движения объекта

Для решения задачи адаптивного оценивания траектории с одновременной идентификацией режима движения мы разработали алгоритм 1, который основан на гибридной стохастической модели (1), последовательном решающем правиле (5) и концепции банка фильтров Калмана.

**Алгоритм 1.** АДАПТИВНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ ТРАЕКТОРИИ

ВХОД:  $x_0, \tau, \mathbf{T}, \alpha, \beta, r_{\min}, r_{\max}, n$ .

```

1   $A := \ln \frac{1-\beta}{\alpha}, B := \ln \frac{\beta}{1-\alpha}$ 
2   $k := 1, \hat{x} := x_0, q_A := 0$ 
3  for  $i := 1, \dots, \text{size}(\mathbf{T})$ 
4       $nextMoment := k + \mathbf{T}_i$ 
5       $isChanged := false, I_{AB} := \{0, 1, \dots, 2n\}$ 
6       $\mathbf{F} := \text{setFilters}(\hat{x}, \tau, r_{\min}, r_{\max}, n)$ 
7      while ( $k < nextMoment$ ) && not( $isChanged$ )
8           $[\hat{\mathbf{x}}, \mathbf{P}, \nu, \Sigma] := \text{makeStep}(z_k, \mathbf{F}, I_{AB})$ 
9           $\hat{x} := \hat{\mathbf{x}}_{q_A}, P := \mathbf{P}_{q_A}$ 
10          $\Lambda := \text{calculateLambda}(\nu, \Sigma, I_{AB}, q_A)$ 
11          $[isChanged, q_A, I_{AB}] := \text{makeDecision}(\Lambda, I_{AB}, q_A)$ 
12          $k := k + 1$ 
13     end while
14     for  $j := k, \dots, nextMoment - 1$ 
15          $[\hat{x}, P] := \text{makeStep}(z_j, \mathbf{F}, \{q_A\})$ 
16     end for
17      $k := nextMoment$ 
18 end for

```

ВЫХОД:  $\hat{x}$ ,  $P$ ,  $q_A$ .

Входными данными для алгоритма 1 являются:  $x_0$  – начальный вектор состояния,  $\tau$  – период дискретизации,  $\mathbf{T}$  – список длин участков траектории,  $\alpha$ ,  $\beta$  – уровни значимости для решающего правила,  $r_{\min}$  и  $r_{\max}$  – минимальное и максимальное значение радиуса,  $n$  – количество радиусов.

Алгоритм начинает свою работу с вычисления порогов  $A$  и  $B$  для решающего правила (строка 1). Затем инициализируются: текущее время  $k$ , оценка  $\hat{x}$  вектора состояния  $x$  и номер текущего фильтра  $q_A$  (строка 2). После этого в главном цикле алгоритма (строки 3–18) поочередно рассматриваются все участки траектории для определения смены режимы движения в начале каждого участка. Начало первого участка (момент времени  $k = 1$ ) также рассматривается как возможный момент изменения режима движения.

Рассмотрим подробно итерацию главного цикла. В начале итерации вычисляется следующий момент потенциального изменения режима движения  $nextMoment$  (строка 4), инициализируются переменная  $isChanged$  и множество работающих фильтров  $I_{AB}$  (строка 5). После этого в строке 6 вызывается функция  $setFilters()$ , которая возвращает банк фильтров Калмана  $\mathbf{F} = (F_0, F_1, \dots, F_{2n})$ . Фильтр  $F_0$  соответствуют прямолинейному движению, фильтры  $F_1, \dots, F_n$  – круговому движению влево, а фильтры  $F_{n+1}, \dots, F_{2n}$  – круговому движению вправо с радиусами от  $r_{\min}$  до  $r_{\max}$  с шагом  $\frac{r_{\max} - r_{\min}}{n-1}$ . Затем выполняется цикл **while** (строки 7–13) до тех пор, пока не будет достигнут конец текущего участка траектории или не будет обнаружено изменение режима движения. На каждой итерации этого цикла вызывается функция  $makeStep()$  (строка 8), которая выполняет один шаг калмановской фильтрации для каждого работающего фильтра с текущими измерениями  $z_k$  и возвращает оценки  $\hat{x}$ , матрицы ковариаций  $\mathbf{P}$ , значения  $\nu$  и  $\Sigma$  для этих фильтров.

Текущая оценка  $\hat{x}$  вектора состояния и матрица ковариаций  $P$  на каждой итерации устанавливаются равными соответственно  $\hat{x}_{q_A}$  и  $\mathbf{P}_{q_A}$  (строка 9). После этого в строке 10 вычисляются отношения правдоподобия и применяется решающее правило (строка 11). Функция  $makeDecision()$  на каждой итерации обновляет множество работающих фильтров и возвращает номер  $q_A$  текущего фильтра, если обнаружено изменение режима движения. Если изменение режима движения обнаружено до окончания текущего участка траектории, то алгоритм получает оценки  $\hat{x}$  и матрицу  $P$  до конца участка с текущим фильтром  $F_{q_A}$  (строки 14–16), после чего происходит переход к следующему участку траектории.

## 5. Численные эксперименты

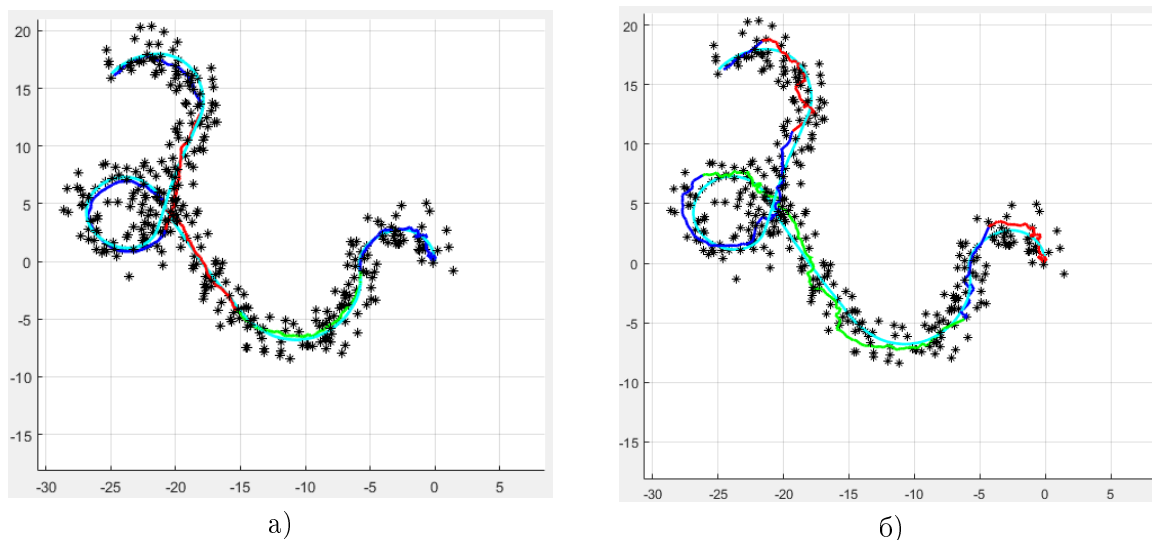
Рассмотрим траекторию движущегося объекта, представленную схемой, приведенной в таблице 1. Требуется оценить траекторию и определить режимы движения на каждом участке по зашумленным измерениям координат движения объекта.

С помощью программы [13], разработанной на языке MATLAB, были смоделированы 100 различных траекторий с начальным вектором состояния  $x_0 = [0, 0, 0, 2]^T$  и матрицей ковариаций шумов в уравнении состояния  $Q = \text{diag}[0.001, 0.001]$ , а также их измерения с тремя уровнями неопределенности (матрица ковариации шума в измерениях  $R$ ): 1)  $R_1 = \text{diag}[1, 1]$ , 2)  $R_2 = \text{diag}[0.1, 0.1]$ , 3)  $R_3 = \text{diag}[0.01, 0.01]$ .

Была проведена следующая серия экспериментов. Для каждой смоделированной траектории сначала проводилось ее оценивание с помощью стандартного фильтра Калмана с оптимальными на каждом участке траектории режимами и параметрами, которые брались из таблицы 1, а затем с помощью предложенного адаптивного алгоритма оценивания с идентификацией режима движения (режимы движения и их параметры определялись согласно алгоритму 1). Для идентификации режима движения использовался банк фильтров Калмана с параметрами:  $\{r_{\min} = 1, r_{\max} = 10, n = 10\}$ .

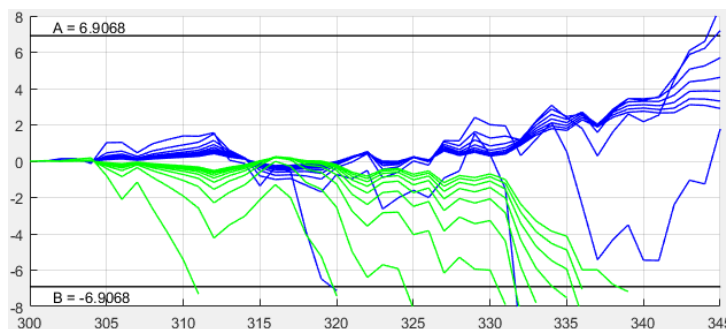
Результаты оценивания приведены на рисунках 2, а) и 2, б). Голубым цветом показана

смоделированная “истинная” траектория, красным, синим и зеленым показаны оценки траектории. Из рисунка 2, б) видно, что режим движения на третьем участке траектории был определен неправильно (поворот направо вместо прямолинейного движения). Средний процент правильно определенных режимов составил: 72,5 % для  $R_1$ , 77 % для  $R_2$  и 79,8 % для  $R_3$ .



**Рисунок 2.** Результаты а) оптимального и б) адаптивного оценивания

Работа банка фильтров Калмана на последнем участке тректории показана на рисунке 3.



**Рисунок 3.** Работа банка фильтров Калмана

Для оценки эффективности алгоритмов оценивания в каждый дискретный момент времени  $k = 1, \dots, 360$  смоделированные “истинные” значения вектора состояния  $x_{exact}(t_k)$  сравнивались с полученными оценками  $\hat{x}_k$  и по результатам всех экспериментов вычислялось значение  $RMSE_x$  (root mean square error):

$$RMSE_{x_i} = \sqrt{\frac{1}{MN} \sum_{j=1}^M \sum_{k=1}^N (x_{i,exact}^j(t_k) - \hat{x}_{i,k}^{+,j})^2},$$

где  $M = 100$ ,  $N = 360$ ,  $x_{i,exact}^j(t_k)$  и  $\hat{x}_{i,k}^{+,j}$  –  $i$ -е координаты “истинного” вектора состояния и его оценки, полученной в  $j$ -м эксперименте, соответственно. Кроме  $RMSE_x$ , для каждого

уровня неопределенности вычислялось его нормированное значение  $nRMSE = \|\text{RMSE}_x\|_2$  (см. таблицы 2 и 3).

**Таблица 2.** Погрешности оптимального оценивания

	$RMSE_{x_1}$	$RMSE_{x_2}$	$RMSE_{x_3}$	$RMSE_{x_4}$	nRMSE
$R_1$	0.3552	0.2738	0.3618	0.2587	0.6316
$R_2$	0.1355	0.1662	0.1363	0.1678	0.3045
$R_3$	0.0506	0.1073	0.0500	0.1064	0.1670

**Таблица 3.** Погрешности адаптивного оценивания с диагностикой режима движения

	$RMSE_{x_1}$	$RMSE_{x_2}$	$RMSE_{x_3}$	$RMSE_{x_4}$	nRMSE
$R_1$	0.9189	1.2295	0.9752	1.1414	2.1471
$R_2$	0.5743	0.9727	0.5671	0.9169	1.5615
$R_3$	0.3650	1.2056	0.4292	2.0156	2.4152

В таблице 4 приведено среднее время принятия решения (в тактах дискретного времени) о смене режима движения для адаптивного алгоритма оценивания с идентификацией режима движения.

**Таблица 4.** Среднее время принятия решения

	Участок траектории						Среднее по траектории
	1	2	3	4	5	6	
$R_1$	32.92	22.87	29.57	37.88	30.67	40.74	32.442
$R_2$	22.18	15.95	26.3	22.23	20.48	26.98	22.353
$R_3$	14.94	11.24	17.04	14.66	14.66	18.44	15.163

Представленные результаты подтверждают работоспособность предложенного алгоритма. Качество оценивания зависит, в частности, от времени принятия решения о смене режима движения, от степени зашумленности измерений и, конечно, от правильности определения номера режима движения. В целом, при разных уровнях помех в измерениях, в большинстве случаев номера режимов движения определяются верно, радиусы поворота различаются хуже. Этот факт можно объяснить тем, что параметр  $r_i$ , отвечающий за радиус, зависит от оценки вектора скорости  $\hat{v}_{si}$  в точке  $t_s$  возможного изменения режима движения.

## 6. Заключение

В работе исследован подход к решению задачи адаптивного оценивания параметров движения объекта в режиме реального времени на основе гибридной стохастической модели. Предложен алгоритм адаптивного оценивания, использующий метод калмановской фильтрации и метод скорейшего обнаружения нарушений с последовательным тестированием гипотез о возможных режимах движения объекта по сложной траектории. Рассмотрены траектории, состоящие из  $N$  участков и на каждом участке движения объект может перемещаться в соответствии с одним из  $2n + 1$  возможных режимов движения: равномерное прямолинейное движение, равномерное движение по окружности при повороте влево либо вправо с одним из  $n$  возможных радиусов. Предложенный алгоритм был реализован на



языке MATLAB и его работоспособность была подтверждена результатами проведенных вычислительных экспериментов.

Таким образом, мы показали принципиальную возможность решения задачи адаптивного оценивания параметров движения объекта в режиме реального времени на основе гибридной стохастической модели с идентификацией  $M$  возможных режимов движения. Ограничением данного подхода является знание моментов возможного переключения режима движения. Качество оценок параметров движения также может быть улучшено. Поэтому развитие данного подхода к решению рассматриваемой задачи адаптивного оценивания будет продолжено в следующих направлениях: разработка новых алгоритмов адаптивного оценивания параметров движения объекта в режиме реального времени в случае, когда моменты изменения режима движения неизвестны (предполагается использовать результаты, полученные ранее в [14], [15]); разработка новых гибридных алгоритмов адаптивного оценивания с диагностикой режима движения и идентификации (уточнения) параметров выбранной модели движения (предполагается использовать результаты, полученные ранее в [16]); разработка новых алгоритмов адаптивного оценивания параметров движения объекта в режиме реального времени на основе измерительных данных от множества сенсоров различной структуры.

Результаты работы могут быть использованы для решения задач слежения за подвижными техническими объектами в режиме реального времени.

## Благодарности

Работа поддержана Российским фондом фундаментальных исследований (грант № 16-41-730784).

## 7. Литература

- [1] Kim, S. Implementation of Tracking and Capturing a Moving Object using a Mobile Robot / S. Kim, J. Park, and J. Lee // *International Journal of Control, Automation, and Systems*. — 2005. — Vol. 3. — No. 3. — P. 444–452.
- [2] Hassani, V. A novel methodology for adaptive Wave Filtering of marine vessels: Theory and experiments / V. Hassani, A.M. Pascoal, and A.J. Sorensen // *Proceedings of the 52nd Annual Conference on Decision and Control (CDC)*, Florence, Italy, 2013. — P. 6162–6167.
- [3] Kulikova, M.V. Adaptive Wave Filtering for Marine Vessels within UD-based Algorithms / M.V. Kulikova, J.V. Tsyganova, and I.V. Semushin // *Proceedings of ECC2016, European Control Conference*. (Aalborg, Denmark. June 29 – July 1, 2016). — IEEE, 2016. — P. 807–812.
- [4] Тимофеева, Г.А. Гибридная математическая модель транспортного потока / Г.А. Тимофеева, М.М. Ахмадинуров // *Фундаментальные исследования*. — No. 12, 2011. — С. 389–392.
- [5] Семушин, И.В. Моделирование и оценивание траектории движущегося объекта / И.В. Семушин, А.В. Цыганов, Ю.В. Цыганова, А.В. Голубков // *Вестник Южно-Уральского государственного университета*. Серия : Математическое моделирование и программирование. — 2017. — Т. 10. — No. 3. — С. 108–119. DOI: 10.14529/mmp170309.
- [6] Grewal, M.S. Andrews, Kalman filtering: theory and practice using MATLAB, 4th ed. / M.S. Grewal, A.P. Andrews. — New Jersey : Prentice Hall, 2015.
- [7] Choi, P.Y. Learning and predicting moving object trajectory: a piecewise trajectory segment approach / P.Y. Choi and M. Hebert // *Pittsburgh, PA, Tech. Rep. CMU-RI-TR-06-42*, August 2006.
- [8] Rewienski, M. Model order reduction for nonlinear dynamical systems based on trajectory piecewise-linear approximations / M. Rewienski and J. White // *Linear Algebra and its Applications*. — 2006. — Vol. 415. — No. 2–3. — P. 426–454.
- [9] Рязанцев, Л.Б. Многомодельное байесовское оценивание вектора состояния маневренной воздушной цели в дискретном времени / Л.Б. Рязанцев // *Вестник ТГТУ*. — 2009. — Т. 15. — No. 4. — С. 729–739.
- [10] Wald, A. *Sequential Analysis* / A. Wald. — New York : John Wiley & Sons, 1947. — 212 p.
- [11] Коновалов, А.А. Основы траекторной обработки радиолокационной информации / А.А. Коновалов. — СПб. : Изд-во СПбГУ «ЛЭТИ», 2013. — 164 с.
- [12] Semoushin, I.V. An Efficient Way to Evaluate Likelihood Functions in Terms of Kalman Filter Variables / I.V. Semoushin, J.V. Tsyganova // *in Adaptive, Cooperative and Competitive Processes in Systems Modelling*,

- Design and Analysis, A. Murgu and G.E. Lasker, Eds. — University of Windsor, Windsor, Ontario, Canada, 2001. — P. 67–74.
- [13] Цыганов, А.В. Программный комплекс “Моделирование и оценивание траектории подвижного объекта v1.0” / А.В. Цыганов, Ю.В. Цыганова, А.В. Голубков, С.Д. Винокуров // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ No. 2016660550. — Москва : РОСПАТЕНТ, 2016.
- [14] Semoushin, I.V. Fault Point Detection with the Bank of Competitive Kalman Filters / I.V. Semoushin, J.V. Tsyganova, M.V. Kulikova // Proceedings of ICCS2003, International Conference. (Melbourne, Australia and St. Petersburg, Russia, June 2–4 2003). — Vol. 2658. — Berlin, Heidelberg : Springer-Verlag, 2003. — P. 417–426. DOI: 10.1007/3-540-44862-4\_44.
- [15] Цыганова, Ю.В. Метод обнаружения факта нарушения и его диагностики в линейных стохастических системах в процессе фильтрации / Ю.В. Цыганова // Вестник СГАУ. — 2009. — No. 2(18). — С. 163–170.
- [16] Цыганов, А.В. Метаэвристические алгоритмы в задаче идентификации параметров математической модели движущегося объекта / А.В. Цыганов, И.В. Семушин, Ю.В. Цыганова, А.В. Голубков, С.Д. Винокуров // Автоматизация процессов управления. — 2017. — No. 1(47). — С. 16–23.

# Adaptive estimation of an object motion parameters based on the hybrid stochastic model

A.V. Golubkov<sup>1</sup>, A.V. Tsyganov<sup>1</sup>, Yu.V. Tsyganova<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Ulyanovsk State Pedagogical University named after I.N. Ulyanov, 100th anniversary of V.I. Lenin's birth square 4, Ulyanovsk, Russia, 432071

<sup>2</sup>Ulyanovsk State University, Lev Tolstoy street 42, Ulyanovsk, Russia, 432017

**Abstract.** This paper examines the problem of estimating parameters of the motion of an object moving along a complex trajectory in the presence of incomplete noisy measurements. This problem is of current interest because of the importance of its practical applications. Examples of such applications are the tracking problems of moving technical devices in robotics, navigation, ground transportation. We propose a solution to the problem of adaptive estimation of the motion parameters of an object based on the hybrid stochastic model, which is a set of discrete linear stochastic models responsible for various pieces of the object's trajectory. The linearity of the models allows us to apply the optimal Kalman filtering to calculate the estimates of the motion parameters of an object. To identify the current motion mode of an object at a known time moments, new algorithm based on the use of the Kalman filters bank and sequential ratio probability test is constructed. Numerical experiments confirm the efficiency of the obtained results.

**Keywords:** mathematical model of object movement, stochastic hybrid model, adaptive estimation, Kalman filter, sequential ratio test.