

Отчет по по проекту РФФИ № 18-41-732001

«Мультисенсорное адаптивное оценивание параметров математических моделей сложных технических систем»

Содержание

Введение, цель и задачи исследования	1
Основные результаты, полученные в ходе выполнения проекта	2
Методы и подходы, использованные при выполнении проекта	4
Список литературы	8
А. Скриншоты работы программного комплекса	11

Введение, цель и задачи исследования

В последние десятилетия лет благодаря значительному прогрессу в области встраиваемых систем и технологий передачи данных мультисенсорные системы пользуются все большей популярностью у инженеров и исследователей. Использование в сложных технических системах множества сенсоров позволяет получить более точную оценку параметров их математических моделей и, как следствие, повысить качество управления. Обратной стороной такого подхода является усложнение математических алгоритмов обработки измерений, в связи с чем появляется потребность в проведении междисциплинарных исследований, направленных на разработку новых мультисенсорных методов оценивания параметров математических моделей сложных технических систем.

Как показывает анализ современного состояния исследований в данной области [1–4] и др. наиболее востребованными подходами к построению алгоритмов параметрического оценивания в мультисенсорных сетях являются всевозможные реализации распределенной калмановской фильтрации (как оптимальной, так и субоптимальной, например, на основе алгоритмов консенсуса) с разной степенью децентрализации. При этом для построения распределенных алгоритмов наиболее подходящей является информационная форма фильтра Калмана. Однако в большинстве изученных алгоритмов используются устаревшие информационные формы фильтра Калмана, имеющие недостатки, присущие классическому фильтру, такие как: утрата свойства симметричности информационной матрицы, потеря точности из-за ошибок машинного округления и др., которые в случае мультисенсорной сети могут лишь усугубить ситуацию.

Данный факт обуславливает актуальность разработки новых распределенных алгоритмов оценивания на основе современного подхода к построению фильтров Калмана с использованием матричных ортогональных преобразований. Кроме того, для возможности адаптивного оценивания состояния сложных систем данные алгоритмы должны обладать встроенными возможностями обнаружения изменения режима функционирования системы.

Целью проекта является разработка новых методов, алгоритмов и программных средств адаптивного оценивания параметров математических моделей сложных технических систем на основе мультисенсорных измерений в условиях непредвиденных изменений в функционировании системы.

Задачи на весь период реализации проекта:

1. Исследование и сравнительный анализ (на основе отечественной и зарубежной научной литературы) современных методов параметрического оценивания с целью получения необходимых знаний о возможности их применения либо модификации и усовершенствования для эффективного решения задач мультисенсорного адаптивного оценивания параметров математических моделей сложных технических систем.
2. Разработка новых алгоритмов моделирования мультисенсорных данных различного типа.
3. Разработка новых численно эффективных (по времени исполнения, по экономии вычислительных ресурсов и по точности полученных результатов) алгоритмов мультисенсорного адаптивного оценивания параметров математических моделей сложных технических систем.
4. Разработка специализированного комплекса программ моделирования и адаптивного оценивания параметров математических моделей сложных технических систем на основе мультисенсорных измерений в условиях непредвиденных изменений в функционировании системы (языки реализации MATLAB и C++).
5. Апробация результатов исследований на решении прикладной задачи мультисенсорного адаптивного оценивания параметров движущегося объекта по сложной траектории с диагностикой режимов движения при условии, что моменты возможного изменения режимов движения объекта априорно не известны.
6. Проведение серий вычислительных экспериментов на модельных данных с целью проверки работоспособности и исследования вычислительных свойств разработанных алгоритмов.
7. Выполнение статистического анализа данных, полученных при проведении вычислительных экспериментов с целью получения общезначимых научных выводов по результатам выполнения проекта.

Основные результаты, полученные в ходе выполнения проекта

В ходе выполнения проекта были получены следующие основные результаты:

1. Разработан новый подход к построению численно эффективных алгоритмов мультисенсорного оценивания на основе модифицированной взвешенной ортогонализации Грама-Шмидта.
2. Разработан и теоретически обоснован новый децентрализованный квадратно-корневой информационный алгоритм мультисенсорной калмановской фильтрации на основе J-ортогональных матричных преобразований.
3. Разработаны новые алгоритмы линейной фильтрации для дискретных линейных стохастических систем с мультипликативными и аддитивными шумами, устойчивые к ошибкам машинного округления на основе UD-разложения ковариационной и информационной матриц.
4. Разработаны новые квадратно-корневые ковариационные алгоритмы оптимальной линейной фильтрации для дискретных линейных стохастических систем с мультипликативными и аддитивными шумами.
5. Разработан адаптивный LD-фильтр с автоматическим контролем оптимальности по методу вспомогательного функционала качества.

Все разработанные в ходе реализации проекта алгоритмы были реализованы на языках программирования MATLAB и C++, численные эксперименты подтверждают применимость и эффективность предложенных решений.

Все важнейшие результаты, полученные при реализации проекта соответствуют мировому уровню. Подготовленные к публикации результаты проекта прошли строгое рецензирование и отбор в рецензируемых научных изданиях и были апробированы на международных научных мероприятиях:

1. V международная конференция и молодежная школа «Информационные технологии и нанотехнологии» (ИТНТ-2019), Самара, 21–24 мая 2019 г.
 Доклад 1: Цыганов А.В., Цыганова Ю.В., Кувшинова А.Н. «Динамическая идентификация граничных условий в модели конвективно-диффузионного переноса в условиях зашумленных измерений».
 Доклад 2: Голубков А.В., Цыганов А.В., Цыганова Ю.В., Петрищев И.О. «Адаптивное оценивание параметров движения объекта на основе гибридной стохастической модели».
2. XIII Всероссийское совещание по проблемам управления (ВСПУ-2019), Москва, Россия, 17–20 июня 2019 г.
 Доклад 1: Семушин И.В., Цыганова Ю.В., Цыганов А.В. «Адаптивный LD-фильтр с автоматическим контролем оптимальности по методу вспомогательного функционала качества».
 Доклад 2: Цыганов А.В., Цыганова Ю.В. «Децентрализованный квадратно-корневой информационный алгоритм мультисенсорной калмановской фильтрации».
3. 18th European Control Conference (ECC), Napoli, Italy, June 25–28 2019.
 Доклад: Цыганова Ю.В., Куликова М.В., Цыганов А.В. «Some new array information formulations of the UD-based Kalman filter».
4. European Control Conference (ECC 20) Saint Petersburg, Russia, May 12-15, 2020.
 Доклад: Цыганов А.В., Цыганова Ю.В., Куренева Т.В. «UD-based linear filtering for discrete-time systems with multiplicative and additive noises».
5. VI международная конференция и молодежная школа «Информационные технологии и нанотехнологии» (ИТНТ-2020), Самара, 26–29 мая 2020 г.
 Доклад 1: Цыганов А.В., Цыганова Ю.В. «Децентрализованная обработка измерительных данных на основе J-ортогональных преобразований в квадратно-корневом информационном фильтре Калмана».
 Доклад 2: Куренева Т.В., Цыганов А.В., Цыганова Ю.В., Волкова Н.А. «Квадратно-корневой ковариационный алгоритм фильтрации для дискретных систем с мультипликативными шумами».
 Доклад 3: Голубков А.В., Цыганов А.В., Петрищев И.О. «Обнаружение изменения режима движения объекта по сложной траектории».
6. Всероссийская научно-практическая конференция с международным участием «Функциональный анализ и математическое образование» (ФАМО-2020), Ульяновск, Россия, 8–9 октября 2020 г.
 Доклад: Цыганов А.В. «Об алгоритмах информационной фильтрации для линейных динамических систем».
7. Международная научная конференция «Дифференциальные уравнения, математическое моделирование и вычислительные алгоритмы», Белгород, Россия, 25–29 октября 2021 г.
 Доклад: Куренева Т.Н. «Расширенный квадратно-корневой ковариационный алгоритм фильтрации для дискретных систем с мультипликативными шумами».
8. VIII международная конференция и молодежная школа «Информационные технологии и нанотехнологии» (ИТНТ-2022), Самара, 23–27 мая 2022 г.

Доклад: Цыганов А.В., Цыганова Ю.В., Голубков А.В. «Децентрализованный алгоритм обнаружения изменения режима движения объекта по данным мультисенсоров». (Принят к представлению на конференции).

Методы и подходы, использованные при выполнении проекта

При получении основных результатов проекта были использованы методы и подходы из различных разделов теории оптимального линейного оценивания, вычислительной линейной алгебры, теории вероятностей, программирования и др.

На первом этапе реализации проекта были изучены библиографические обзоры и статьи, посвященные вопросам синтеза данных в мультисенсорных системах и современным подходам к построению алгоритмов мультисенсорного оценивания, а также статьи, содержащие сравнительный анализ эффективности их реализаций: [1–6] и др.

Рассмотрим математическую модель динамического процесса, заданную линейной стохастической системой в пространстве состояний x с измерениями z

$$\begin{cases} x(k) = F(k-1)x(k-1) + G(k-1)w(k-1), & (1) \\ z(k) = H(k)x(k) + v(k), \quad k > 0, & (2) \end{cases}$$

где k — дискретный отсчет времени, $x(k) \in \mathbb{R}^n$ — вектор состояния, подлежащий оцениванию; $z(k) \in \mathbb{R}^m$ — составной вектор всех доступных измерений в текущий момент времени k . Шумы $\{w(k)\}$ и $\{v(k)\}$ — независимые нормально распределенные последовательности с нулевым математическим ожиданием и положительно определенными матрицами ковариаций $Q(k)$ и $R(k)$, соответственно. Начальное значение вектора состояния $x(0) \sim \mathcal{N}(\bar{x}(0), \Pi(0))$. Вектор $x(0)$ не зависит от $\{w(k)\}$ и $\{v(k)\}$.

Предположим, что матрицу измерений $H(k)$ и ковариационную матрицу ошибок измерений $R(k)$ можно представить в виде

$$H(k) = [H_1^T(k) | H_2^T(k) | \dots | H_N^T(k)]^T \quad \text{и} \quad R(k) = \text{blockdiag}(R_1(k), R_2(k), \dots, R_N(k)). \quad (3)$$

Тогда уравнение (2) с учетом (3) представляет собой глобальную модель измерений некоторой мультисенсорной системы.

Рассмотрим сеть сенсоров с полносвязной топологией, состоящую из N узлов, в которой каждый узел i имеет возможность вычислять с помощью алгоритма калмановской фильтрации собственные оценки $\hat{x}_i(k)$ вектора состояния $x(k)$ и соответствующие им матрицы ковариаций ошибок оценивания $\hat{P}_i(k)$. Измерения и оценки, получаемые в узлах, называют локальными [7].

Предположим, что модель динамического процесса (1) одинакова в каждом узле, а локальные измерения описываются уравнением

$$z_i(k) = H_i(k)x(k) + v_i(k),$$

где $v_i(k) \sim \mathcal{N}(0, R_i(k))$, $i = 1, \dots, N$. Предположим также, что шумы измерений в узлах i и j некоррелированы, то есть матрица $R(k)$ — блочно-диагональная.

Как показал анализ литературы по теме проекта, наиболее востребованными подходами к построению алгоритмов параметрического оценивания в мультисенсорных сетях являются всевозможные реализации распределенной калмановской фильтрации (как оптимальной, так и субоптимальной, например, на основе алгоритмов консенсуса) с разной степенью децентрализованности.

Фильтр Калмана является рекуррентным алгоритмом оптимального линейного оценивания, поскольку на каждом шаге он позволяет вычислить текущую оценку вектора состояния $\hat{x}(k)$ и значение ковариационной матрицы ошибки оценивания $\hat{P}(k)$.

В настоящее время существует множество различных модификаций алгоритма Калмана [8]. Известны классы *ковариационных* алгоритмов, в которых на каждом шаге обновляется ковариационная матрица $\hat{P}(k)$ ошибок оценивания (к данному классу относится стандартный алгоритм Калмана) и класс *информационных* алгоритмов, в которых вместо матрицы $\hat{P}(k)$ на каждом шаге вычисляют значения информационной матрицы $\hat{Y}(k) \triangleq \hat{P}^{-1}(k)$, а вместо $\hat{x}(k)$ вычисляют информационную оценку $\hat{y}(k) \triangleq \hat{Y}(k)\hat{x}(k)$. Для построения распределенных алгоритмов наиболее подходящей является информационная форма фильтра Калмана, поскольку она имеет удобный вид этапа обновления по измерениям, подходящий для ассимиляции данных с соседних узлов мультисенсорной сети [7].

Рассмотрим один из вариантов алгоритма информационной калмановской фильтрации, состоящий из двух этапов [8]:

Алгоритм 1. Фильтр Калмана в информационной форме.

I. Этап экстраполяции (прогноз оценок по предыдущим измерениям).

$$\bar{y}(k) = [I - L(k-1)G^T(k-1)]F^{-T}(k-1)\hat{y}(k-1), \quad (4)$$

$$\bar{Y}(k) = [I - L(k-1)G^T(k-1)]A(k-1), \quad \text{где} \quad (5)$$

$$A(k-1) = F^{-T}(k-1)\hat{Y}(k-1)F^{-1}(k-1), \quad (6)$$

$$L(k-1) = A(k-1)G(k-1)C^{-1}(k-1), \quad (7)$$

$$C(k-1) = G^T(k-1)A(k-1)G(k-1) + Q^{-1}(k-1). \quad (8)$$

II. Этап фильтрации (обновление оценок по текущему измерению).

$$\hat{y}(k) = \bar{y}(k) + \Delta y(k), \quad \Delta y(k) = H^T(k)R^{-1}(k)z(k), \quad (9)$$

$$\hat{Y}(k) = \bar{Y}(k) + \Delta Y(k), \quad \Delta Y(k) = H^T(k)R^{-1}(k)H(k), \quad (10)$$

где $\Delta y(k)$ и $\Delta Y(k)$ — обновления информационного вектора $\hat{y}(k)$ и информационной матрицы $\hat{Y}(k)$, соответственно. Величины $\bar{y}(k)$ и $\bar{Y}(k)$ получены на этапе экстраполяции информационного фильтра [8]. Уравнения (4)–(5) с учетом (6)–(8) и уравнения (9)–(10) получены из уравнений стандартного фильтра Калмана с учетом определения информационной матрицы и информационной оценки состояния, а также применения леммы об обращении матриц.

Ключевая идея децентрализованной обработки измерительных данных состоит в возможности выразить глобальные обновления информационного вектора и информационной матрицы через локальные [6, 7]:

$$\Delta y(k) = H^T(k)R^{-1}(k)z(k) = \sum_{i=1}^N H_i^T(k)R_i^{-1}(k)z_i(k) = \sum_{i=1}^N \Delta y_i(k), \quad (11)$$

$$\Delta Y(k) = H^T(k)R^{-1}(k)H(k) = \sum_{i=1}^N H_i^T(k)R_i^{-1}(k)H_i(k) = \sum_{i=1}^N \Delta Y_i(k). \quad (12)$$

Локальные обновления вычисляются в каждом узле и передаются всем остальным узлам.

Алгоритм 2. Децентрализованный фильтр Калмана в информационной форме.

I. Локальный прогноз (по предыдущим измерениям).

$$\bar{y}_i(k) = [I - L(k-1)G^T(k-1)]F^{-T}(k-1)\hat{y}_i(k-1), \quad (13)$$

$$\bar{Y}_i(k) = [I - L(k-1)G^T(k-1)]A(k-1), \quad (14)$$

где $A(k-1)$ и $L(k-1)$ вычисляются по формулам (6)–(8).

II. Локальное обновление (по текущему измерению).

$$\Delta y_i(k) = H_i^T(k)R_i^{-1}(k)z_i(k), \quad (15)$$

$$\Delta Y_i(k) = H_i^T(k)R_i^{-1}(k)H_i^T(k). \quad (16)$$

III. Коммуникация и ассимиляция.

$$\hat{Y}_i(k) = \tilde{Y}_i(k) + \sum_{j=1}^N \Delta Y_j(k), \quad \hat{y}_i(k) = \tilde{y}_i(k) + \sum_{j=1}^N \Delta y_j(k). \quad (17)$$

Здесь $i = 1, \dots, N$. В любой момент времени k в каждом из N узлов доступна оценка вектора состояния $\hat{x}_i(k) = \hat{Y}_i^{-1}(k)\hat{y}_i(k)$. Как показано в [7], децентрализованный фильтр (13)–(17) эквивалентен централизованному (стандартному) фильтру Калмана с моделью измерений (2).

В большинстве изученных алгоритмов используются стандартные (устаревшие) информационные формы фильтра Калмана, имеющие недостатки, присущие классическому фильтру, такие как: утрата свойства симметричности информационной матрицы, потеря точности из-за ошибок машинного округления и др., которые в случае мультисенсорной сети могут лишь усугубить ситуацию. Поэтому авторским коллективом было принято решение сосредоточить усилия на разработке новых распределенных алгоритмов адаптивного оценивания параметров математических моделей со встроенными возможностями обнаружения изменения режима функционирования системы на основе современного подхода к построению алгоритмов калмановской фильтрации с использованием численно устойчивых к ошибкам машинного округления матричных ортогональных преобразований. При этом было решено не ограничиваться только системами с аддитивными шумами, а по возможности перенести некоторые полученные результаты на более широкий класс систем с аддитивными и мультипликативными шумами:

$$\begin{cases} x_k = (F_{k-1} + \tilde{F}_{k-1}\xi_{k-1})x_{k-1} + G_{k-1}w_{k-1}, \\ z_k = (H_k + \tilde{H}_k\zeta_k)x_k + v_k, \quad k = 1, 2, \dots, N, \end{cases} \quad (18)$$

где $x_k \in \mathbb{R}^n$ — вектор состояния системы; $z_k \in \mathbb{R}^m$ — вектор измерений; матрицы $F_k, \tilde{F}_k \in \mathbb{R}^{n \times n}$; $H_k, \tilde{H}_k \in \mathbb{R}^{m \times n}$; $G \in \mathbb{R}^{n \times q}$; N — число измерений; $x_0 \sim \mathcal{N}(\bar{x}_0, P_0)$ — начальное состояние; $w_k \in \mathbb{R}^q \sim \mathcal{N}(0, Q_k)$ и $\xi_k \in \mathbb{R} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_\xi^2)$ — соответственно аддитивный и мультипликативный шумы в объекте; $v_k \in \mathbb{R}^m \sim \mathcal{N}(0, R_k)$ и $\zeta_k \in \mathbb{R} \sim \mathcal{N}(0, \sigma_\zeta^2)$ — соответственно аддитивный и мультипликативный шумы в измерителе; ковариационные матрицы Q_k и R_k шумов w_k и v_k положительно определенные, и все шумы и начальное состояние взаимно независимые.

В ходе выполнения проекта был разработан новый подход к построению численно эффективных алгоритмов мультисенсорного оценивания на основе модифицированной взвешенной ортогонализации Грама-Шмидта (MWGS). Были рассмотрены обе формы MWGS-преобразования: UD и LD. Следует отметить, что ранее данный подход для систем с аддитивными шумами применялся только к ковариационной форме фильтра Калмана, а в проекте впервые были построены новые алгоритмы информационной фильтрации [9]. Информационные версии алгоритмов могут служить естественной основой для построения децентрализованных алгоритмов мультисенсорного оценивания.

Еще одним новым методом децентрализованного мультисенсорного оценивания, разработанным в ходе реализации проекта, является децентрализованный квадратно-корневой информационный алгоритм мультисенсорной калмановской фильтрации на основе J-ортогональных матричных преобразований. Данный метод основан на новой идее применения в узлах мультисенсорной сети на этапе коммуникации и ассимиляции последовательности матричных J-ортогональных преобразований блочных массивов данных, содержащих квадратные корни информационных матриц и информационные оценки вектора состояния.

Квадратно-корневой информационный фильтр (SRIF — Square-Root Information Filter) был впервые предложен в [10]. Авторы использовали матричные квадратные корни, то есть в представлении информационной матрицы Y в виде $Y = S^T S$, где S — верхний треугольный фактор

Холецкого. Вектор $s = Sx$ называют квадратно-корневым информационным вектором состояния [8]. Алгоритм SRIF получил широкое распространение из-за улучшенных вычислительных свойств по сравнению со стандартной реализацией информационного фильтра [11].

В работе [12] для реализации данного этапа авторы предлагают использовать матричные ортогональные преобразования в комплекснозначной арифметике. Однако такой подход может существенно усложнить программную реализацию алгоритма и замедлить скорость вычислений. Для эффективной реализации этапа коммуникации и ассимиляции мы предлагаем использовать J -ортогональное преобразование вида $\bar{Q}A = R$, где матрица преобразования \bar{Q} является J -ортогональной, то есть $\bar{Q}^T J \bar{Q} = J$, J — сигнатурная матрица вида $J = (I_p \oplus -I_q)$ ($p \geq 1$, $q \geq 1$) [13]. Впервые данная идея была предложена в [14], в которой представлена формулировка этапа коммуникации и ассимиляции в децентрализованном квадратно-корневом информационном алгоритме. В работе [15] приведено строгое теоретическое обоснование разработанного алгоритма.

При реализации алгоритмов фильтрации на основе UD-разложения ковариационной и информационной матриц была использована расширенная блочная форма фильтров с обновлением элементов с использованием численно устойчивой процедуры модифицированной взвешенной ортогонализации Грама-Шмидта [16]. К системам с мультипликативными шумами такой подход применяется впервые.

В работе [17] построен расширенный квадратно-корневой ковариационный алгоритм фильтрации для дискретных систем с мультипликативными шумами. Опишем его подробнее. Пусть S_A — квадратный корень матрицы A , полученный в результате разложения Холецкого ($A = S_A S_A^T$), где S_A — нижняя треугольная матрица. Положим $\bar{K}_k = P_{k|k-1} H_k^T S_{\Sigma_k}^{-T}$, $\hat{z}_k = S_{P_k}^{-1} \hat{x}_k$, $\bar{e}_k = S_{\Sigma_k}^{-1} e_k$.

Алгоритм. Расширенный квадратно-корневой ковариационный алгоритм фильтрации для систем мультипликативными шумами.

Инициализация. Вычислить $X_0 = \Pi_0 + \bar{x}_0 \bar{x}_0^T$. Найти разложения Холецкого $R_0 = S_{R_0} S_{R_0}^T$, $Q_0 = S_{Q_0} S_{Q_0}^T$, $\Pi_0 = S_{\Pi_0} S_{\Pi_0}^T$, $X_0 = S_{X_0} S_{X_0}^T$. Задать начальные значения $\hat{z}_0 = S_{P_0}^{-1} \bar{x}_0$, $S_{P_0} = S_{\Pi_0}$.

Для $k = 1, 2, \dots, N$ выполнить

I. Этап экстраполяции. Известны $S_{P_{k-1}}$ и \hat{z}_{k-1} . Найти разложение Холецкого $Q_k = S_{Q_k} S_{Q_k}^T$. Далее вычислить $S_{P_{k|k-1}}$ и $\hat{z}_{k|k-1}$:

$$\begin{bmatrix} S_{\bar{Q}_{k-1}}^T \\ \bar{Q}_{k-1} \\ 0 \end{bmatrix} = O_1^{TU} \begin{bmatrix} \sigma_{\xi} S_{X_{k-1}}^T \tilde{F}_{k-1}^T \\ S_{Q_{k-1}}^T G_{k-1}^T \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (19)$$

где O_1^{TU} — $(n+q) \times (n+q)$ -матрица ортогонального преобразования к верхнему треугольному виду правой части выражения (2);

$$\begin{bmatrix} S_{P_{k|k-1}}^T & \hat{z}_{k|k-1} \\ 0 & \alpha \end{bmatrix} = O_2^{TU} \begin{bmatrix} S_{P_{k-1}}^T F_{k-1}^T & \hat{z}_{k-1} \\ S_{\bar{Q}_{k-1}}^T & 0 \end{bmatrix}, \quad (20)$$

где O_2^{TU} — $2n \times 2n$ -матрица ортогонального преобразования к верхнему треугольному виду правой части выражения (3).

II. Этап фильтрации. Известны $S_{P_{k|k-1}}$ и $\hat{z}_{k|k-1}$. Найти разложение Холецкого $R_k = S_{R_k} S_{R_k}^T$. Далее вычислить S_{P_k} и \hat{z}_k :

$$\begin{bmatrix} S_{X_k}^T \\ 0 \end{bmatrix} = O_1^{MU} \begin{bmatrix} S_{X_{k-1}}^T F_{k-1}^T \\ S_{\bar{Q}_{k-1}}^T \end{bmatrix}, \quad (21)$$

где O_1^{MU} — $2n \times 2n$ -матрица ортогонального преобразования к верхнему треугольному виду правой части выражения (4);

$$\begin{bmatrix} S_{\Sigma_k}^T & \bar{K}_k^T & -\bar{e}_k \\ 0 & S_{P_k}^T & \hat{z}_k \\ 0 & 0 & \beta \end{bmatrix} = O_2^{MU} \begin{bmatrix} S_{R_k}^T & 0 & -S_{R_k}^{-1} z_k \\ S_{P_{k|k-1}}^T H_k^T & S_{P_{k|k-1}}^T & \hat{z}_{k|k-1} \\ \sigma_\zeta S_{X_k}^T \tilde{H}_k^T & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad (22)$$

где O_2^{MU} — $(2n+m) \times (2n+m)$ -матрица ортогонального преобразования к верхнему треугольному виду правой части выражения (5).

Конец.

Доказательство эквивалентности построенного алгоритма стандартному основано на том, что этапы расширенного ортогонального квадратно-корневого ковариационного фильтра Калмана имеют общий вид $QA = R$ и, следовательно, $A^T Q^T QA = R^T R$, то есть $A^T A = R^T R$. Используя данное равенство, можно доказать эквивалентность соотношений стандартного алгоритма фильтрации и предложенного расширенного квадратно-корневого алгоритма.

Важной составляющей адаптивных алгоритмов оптимального оценивания является возможность автоматического контроля оптимальности адаптивного фильтра (режима функционирования системы). В рамках реализации проекта разработан адаптивный LD-фильтр с автоматическим контролем оптимальности по методу вспомогательного функционала качества, который является дальнейшим развитием подхода, предложенного в работе [18]. Предложенный метод основан равенстве нулю градиента вспомогательного функционала качества по параметрам адаптивного фильтра и на свойствах численной устойчивости LD-преобразования к ошибкам округления, и может быть использован при решении задач совместного контроля и идентификации дискретных линейных стохастических систем.

Разработанные в ходе реализации проекта подходы были использованы при решении задачи децентрализованного оценивания и обнаружения изменения режима движения объекта, движущегося по сложной траектории, описываемой гибридной стохастической моделью.

Программная реализация разработанных алгоритмов

Для проведения численных экспериментов и изучения особенностей предложенных методов был разработан программный комплекс «Моделирование процессов распределенной дискретной фильтрации для линейных динамических систем». Программный комплекс предназначен для моделирования процессов дискретной фильтрации для инвариантных линейных динамических систем на основе мультисенсорных измерений.

В программном комплексе реализованы следующие алгоритмы оптимальной дискретной фильтрации:

- 1) централизованный фильтр Калмана в ковариационной форме;
- 2) централизованный фильтр Калмана в информационной форме;
- 3) централизованный фильтр Калмана в квадратно-корневой информационной форме;
- 4) децентрализованный фильтр Калмана в информационной форме;
- 5) децентрализованный фильтр Калмана в квадратно-корневой информационной форме на основе J-ортогонального преобразования.

Графический интерфейс пользователя реализован в среде визуального программирования GUIDE. Скриншоты работы программного комплекса приведены в приложении 1.

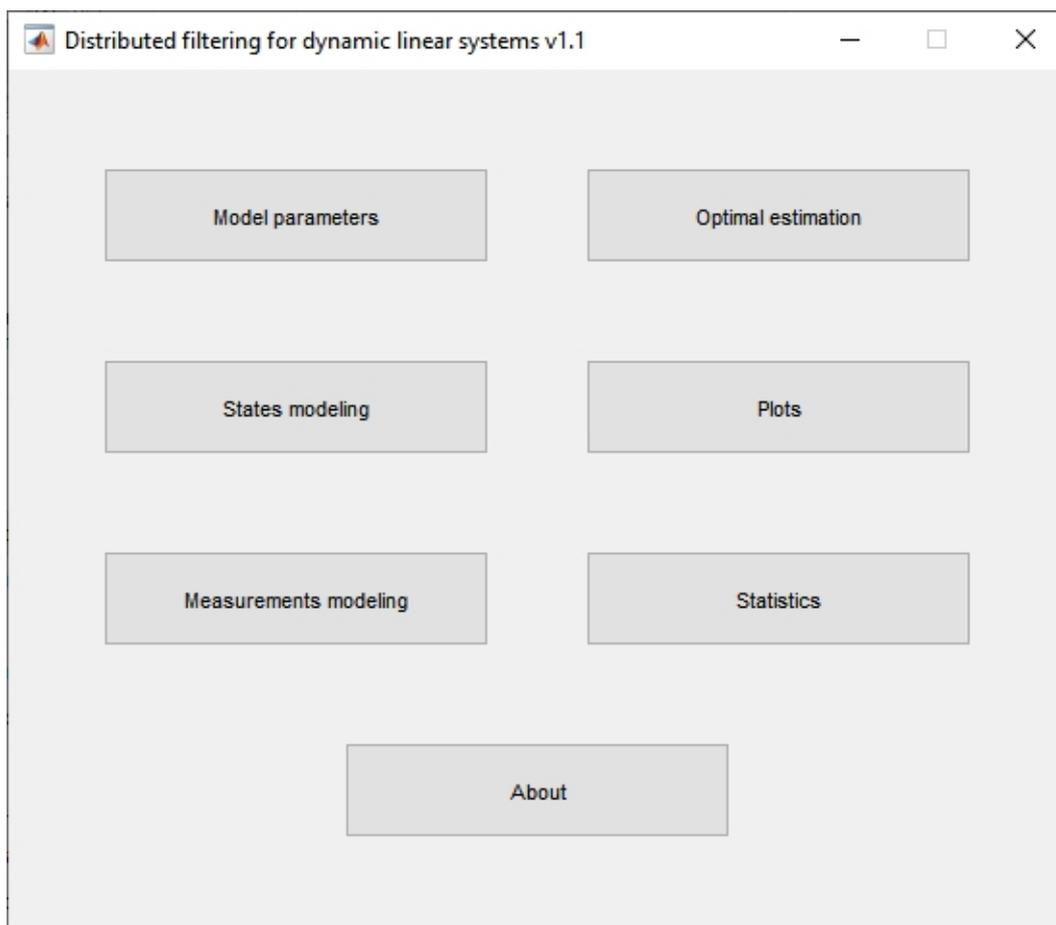
Список литературы

- [1] An overview of non-centralized Kalman filters / J. Sijs, M. Lazar, P.P.J. Bosch, van den, Z. Papp // Control Applications, 2008. CCA 2008. IEEE International Conference, San Antonio, Texas, USA, September 3–5, 2008. — United States : Institute of Electrical and Electronics Engineers (IEEE), 2008. — P. 738–744.

- [2] Multisensor data fusion: A review of the state-of-the-art / B. Khaleghi, A. Khamis, F. O. Karray, S. N. Razavi // *Information Fusion*. – 2013. – Vol. 14, no. 1. – P. 28–44.
- [3] Mahmoud, M.S. Distributed Kalman filtering: a bibliographic review / M.S. Mahmoud, H.M. Khalid // *IET Control Theory Applications*. – 2013. – Vol. 7, no. 4. – P. 483–501.
- [4] A survey on multisensor fusion and consensus filtering for sensor networks / W. Li, Z. Wang, G. Wei [et al.] // *Discrete Dynamics in Nature and Society*. – 2015. – Vol. 2015. – 12 p.
- [5] Olfati-Saber, R. Distributed Kalman filtering and sensor fusion in sensor networks / R. Olfati-Saber // *Networked Embedded Sensing and Control* / Ed. by P. J. Antsaklis, P. Tabuada. – Berlin, Heidelberg : Springer-Verlag, 2006. – Vol. 331 of Lecture notes in Control and Information Science. – P. 157–167.
- [6] Decentralized Kalman filter comparison for distributed-parameter systems: A case study for a 1D heat conduction process / Z. Hidayat, R. Babuska, B. De Schutter, A. Nunez // *Proceedings of the 2011 IEEE 16th Conference on Emerging Technologies and Factory Automation (ETFA'2011)*, Toulouse, France, 5–9 Sept. 2011. – IEEE, 2011. – P. 1–8.
- [7] Rao, B. Fully decentralized algorithm for multisensor Kalman filtering / B. Rao, H. Durrant-Whyte // *IEEE Proceedings*. – 1991. – Vol. 138, No. 5. – P. 413–420.
- [8] Grewal, M.S. *Kalman Filtering: Theory and Practice Using MATLAB* / M.S. Grewal, A.P. Andrews. – 4th Edition. – John Wiley & Sons, 2015. – XVII, 617 p.
- [9] Tsyganov, A.V. UD-based linear filtering for discrete-time systems with multiplicative and additive noises / A.V. Tsyganov, J.V. Tsyganova, T.N. Kureneva // *Proceedings of the European Control Conference (ECC)*, Saint Petersburg, Russia, May 12–15, 2020. – IEEE, 2020. – P. 1389–1394.
- [10] Dyer, P. Extension of square-root filtering to include process noise / P. Dyer, S. McReynolds // *J. Optimiz. Theory Appl.* – 1969. – No. 3. – P. 444–459.
- [11] Kaminski, P.G. Discrete square-root filtering: a survey of current techniques / P.G. Kaminski, A.E. Bryson, S.F. Schmidt // *IEEE Trans. on Automatic Control*. – 1971. – Vol. AC-16, No. 6. – P. 727–735.
- [12] Roy, S. Square root parallel Kalman filtering using reduced-order local filters / S. Roy, R.H. Hashemi, A.J. Laub // *IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems*. – 1990. – Vol. 27, No. 2. – P. 276–289.
- [13] Higham, N.J. J-orthogonal matrices: properties and generalization / N.J. Higham // *SIAM Review*. – 2003. – Vol. 45, No. 3. – P. 504–519.
- [14] Цыганов, А.В. Децентрализованный квадратно-корневой информационный алгоритм мультисенсорной калмановской фильтрации / А.В. Цыганов, Ю.В. Цыганова // XIII Всероссийское совещание по проблемам управления ВСПУ-2019: ТРУДЫ [Электронный ресурс] 17-20 июня 2019 г., Москва / Под общ. ред. Д.А. Новикова. – Электрон. текстовые дан. (614 файлов: 217 МБ). – М.: ИПУ РАН, 2019. – С. 679–683.
- [15] Цыганов, А.В. Децентрализованная обработка измерительных данных на основе J-ортогональных преобразований в квадратно-корневом информационном фильтре Калмана / А.В. Цыганов, Ю.В. Цыганова // Информационные технологии и нанотехнологии (ИТНТ-2020). Сборник трудов по материалам VI Международной конференции и молодежной школы (г. Самара, 26–29 мая): в 4 т. / Самар. нац.-исслед. ун-т им. С. П. Королева (Самар. ун-т), Ин-т систем. обраб. изобр. РАН-фил. ФНИЦ "Кристаллография и фотоника"РАН; [под ред. В. А. Соболева]. – Т. 3. Математическое моделирование физико-технических процессов и систем. – Самара: Изд-во Самар. ун-та, 2020. – С. 843–850.
- [16] Tsyganov, A. V. UD-based linear filtering for discrete-time systems with multiplicative and additive noises / A.V. Tsyganov, J.V. Tsyganova, T.N. Kureneva // *Proceedings of the European Control Conference (ECC)*, Saint Petersburg, Russia, May 12–15, 2020. – IEEE, 2020. – P. 1389–1394.

- [17] Куренева, Т.Н. Расширенный квадратно-корневой ковариационный алгоритм фильтрации для дискретных систем с мультипликативными шумами / Т.Н. Куренева, Ю.В. Цыганова, А.В. Цыганов // Дифференциальные уравнения, математическое моделирование и вычислительные алгоритмы : сборник материалов международной конференции, Белгород, 25–29 октября 2021 г. / под ред. В.Б. Васильева, И.С. Ломова. — Белгород : ИД «БелГУ» НИУ «БелГУ», 2021. — С. 148–151.
- [18] Semushin, I.V. Numerically efficient LD-computations for the auxiliary performance index based control optimization under uncertainties / I.V. Semushin, J.V. Tsyganova, A.V. Tsyganov // IFAC-PapersOnLine. — 2018. — Vol. 51, no. 32. — P. 568–573. — 17th IFAC Workshop on Control Applications of Optimization CAO 2018.

А. Скриншоты работы программного комплекса



Главная окно

Model parameters

System

State transition matrix (F)

	1	2
1	1	1
2	0	1

Noise transfer matrix (G)

	1
1	0
2	1

Noise covariance matrix (Q)

	1
1	1.0000e-06

Initials

x0

	1
1	0
2	1

P0

	1	2
1	1	0
2	0	1

Sensors

Sensor

1

2

Rows (m)

1

Edit

Save

Measurement matrix (H)

	1	2
1	1	0

Noise covariance matrix (R)

	1
1	0.0100

Name

Motion

New

Load

Save

Окно параметров моделирования

States modeling

Model file

C:\Data\motion.mat

Select file

Initials

x0

	1
1	0
2	1

P0

	1	2
1	1	0
2	0	1

Name

Motion

Number of steps

50

Seed

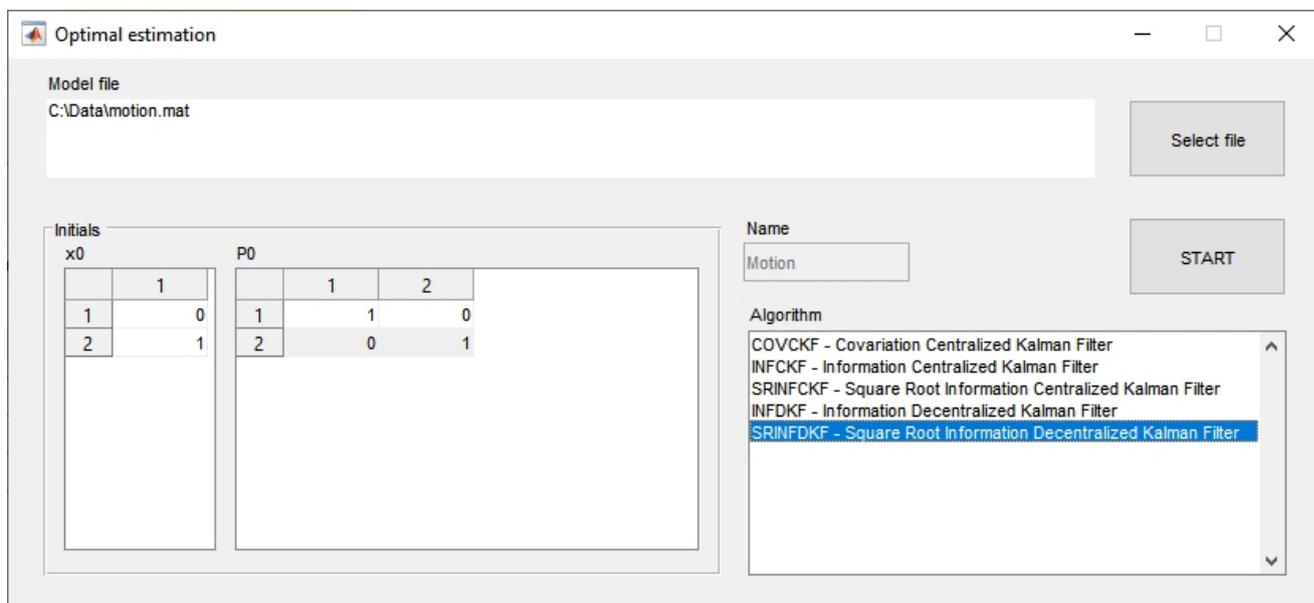
0

START

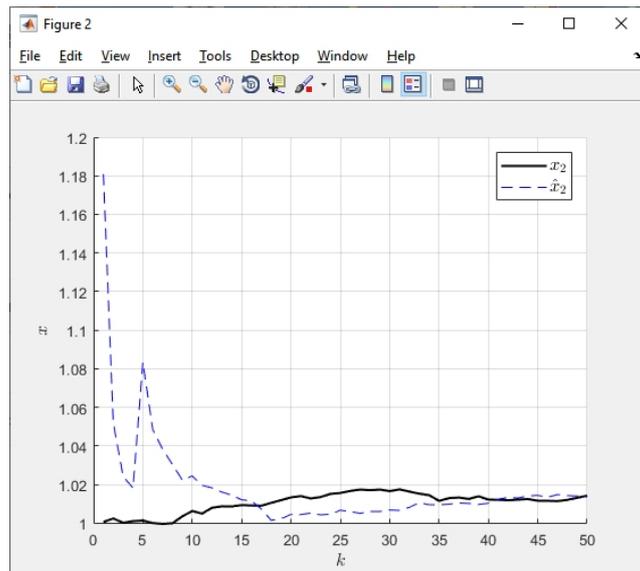
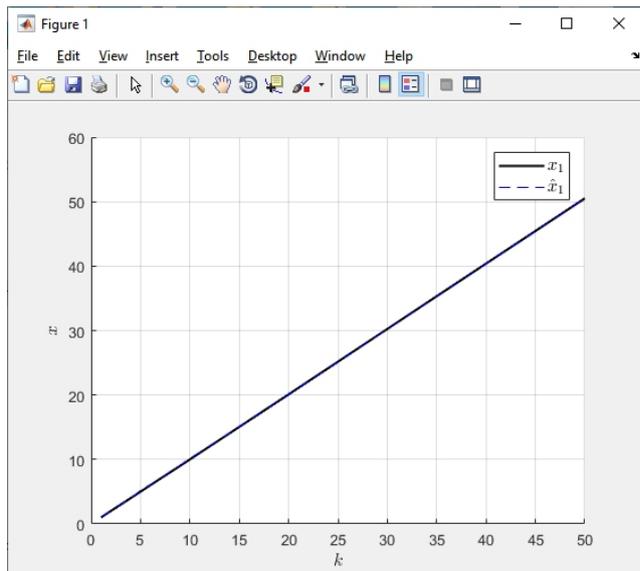
Окно моделирования состояний



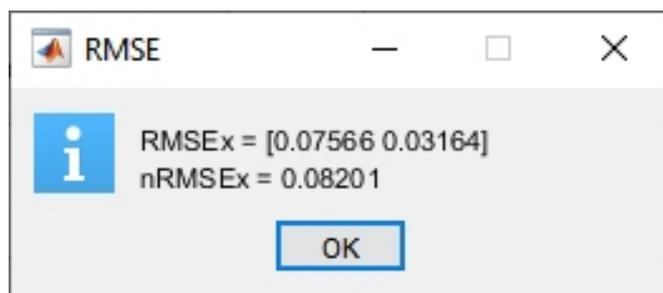
Окно моделирования мультисенсорных измерений



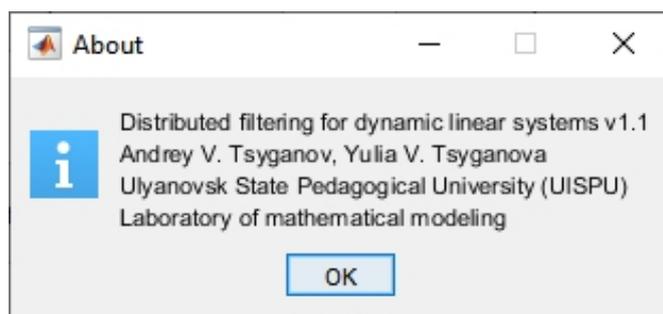
Окно оптимального оценивания



Результаты оценивания



Статистика оценивания



О программе